

Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

2ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

GEOMETRIA ESPACIAL: VOLUME DE PRISMAS E PIRÂMIDES

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRIPTOR(ES) DO PAEBES
(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.	- Compreender que o volume de um sólido é a medida da quantidade de espaço que esse sólido ocupa, utilizando uma unidade de medida de volume. - Calcular o volume de um paralelepípedo. - Utilizar o princípio de Cavalieri para determinar uma relação para o cálculo do volume de prisma, a partir do volume de paralelepípedo. - Reconhecer que duas pirâmides de mesma altura e mesma área da base possuem o mesmo volume. - Determinar uma relação para o cálculo do volume de pirâmide a partir do volume de prisma. - Resolver problemas envolvendo volume de paralelepípedos, prismas e pirâmides.	D129_M Resolver problema envolvendo a área total e/ou volume de um sólido.

Caro(a) Professor(a),

Informamos que, a partir da Quinzena 14, o Material Estruturado incluirá todo o conteúdo relativo a esta quinzena, de modo a não haver mais duas capas e sintetizar o conteúdo em um único volume. Esperamos, assim, que essa mudança facilite o seu trabalho, planejamento e sua organização em sala de aula.

Contextualização

Você saberia dizer se uma coroa é de ouro maciço... sem quebrá-la?

No século III a.C., o rei Hierão II de Siracusa suspeitava que a coroa que encomendara, embora com o peso correto, não fosse feita inteiramente de ouro. Desconfiava que o ourives tivesse misturado prata ao metal precioso. O desafio era claro: como comprovar a fraude sem destruir a peça? O problema foi entregue a Arquimedes, matemático conhecido por sua engenhosidade. A resposta surgiu de maneira inusitada, durante um banho: ao entrar na banheira, percebeu que o nível da água subia. Essa observação o levou a entender que poderia calcular o volume da coroa por meio do deslocamento de água. Comparando esse volume ao de uma amostra de ouro puro com o mesmo peso, concluiu que havia diferença — e, portanto, fraude.

Arquimedes encontrou um caminho genial para determinar o volume de um sólido, mesmo com forma irregular. Inspirados por esse episódio, começaremos nossos estudos para seguir os passos do gênio. Nosso objetivo é compreender como medir o espaço ocupado por diferentes corpos, mas partindo de uma base mais acessível: os blocos retangulares.

Iniciaremos firmando conceitos fundamentais sobre o que é volume e como ele se relaciona com as dimensões dos corpos. Em seguida, voltaremos nossa atenção aos prismas e às pirâmides. A proposta é ir além da simples aplicação de fórmulas: queremos construir uma compreensão lógica e visual desses sólidos, explorando suas características e desenvolvendo estratégias para deduzir seus volumes.

Com isso, esperamos que o estudo do volume deixe de ser apenas uma etapa no conteúdo de geometria e se transforme em uma forma de enxergar o espaço de maneira mais estruturada, conectada e significativa.

Bons estudos!

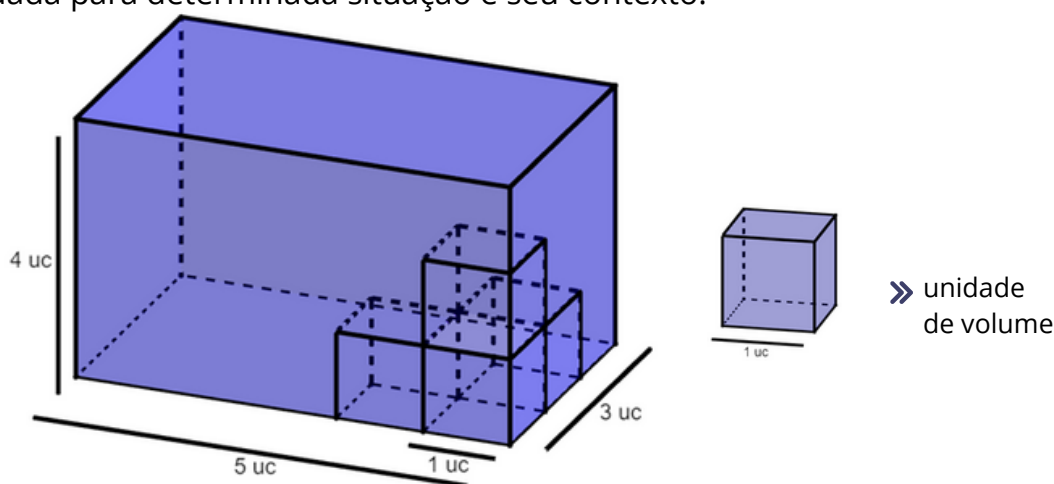


Conceitos e Conteúdos

VOLUME DE UM SÓLIDO GEOMÉTRICO

Conceito geral

Considere um bloco retangular que apresente medidas iguais a 5 uc, 3 uc e 4 uc (uc significa unidade de comprimento). Definimos como unidade de volume, um cubo de aresta com medida igual a 1 uc. Na prática, esse uc pode ser qualquer unidade de medida de comprimento, padronizada ou não, como, por exemplo, centímetros, polegadas, metros, pés, jardas, milhas etc. Tudo depende da medida mais adequada para determinada situação e seu contexto.



© 2025 Maurício Celeri

Figura 1: Bloco retangular com volume representado em unidades de comprimento cúbicas (uc)³.

No nosso bloco retangular conseguimos alocar um total de 60 unidades de volume: 5 unidades no sentido do comprimento, 3 unidades no sentido da largura e 4 unidades no sentido da altura. Observe que essas quantidades coincidem exatamente com as medidas das arestas do bloco retangular, em uc. Multiplicando essas quantidades obtemos 60.

Então, podemos dizer que o volume V do bloco retangular de medidas de comprimento a , largura b e altura h , é igual a

$$V = a \cdot b \cdot h$$

Volume ou Capacidade?

Dois conceitos que costumam ser confundidos são volume e capacidade. O **volume** refere-se ao espaço ocupado por um corpo, seja ele sólido, líquido ou gasoso — ou seja, trata da quantidade de espaço que o objeto preenche, independentemente do que há em seu interior. Já a **capacidade** está relacionada ao quanto um recipiente pode conter, ou seja, ao seu potencial máximo de armazenamento.



Fonte: Insectbye

Figura 2: Caixa d'água.

Imagine uma caixa d'água com 2 000 litros de capacidade. O volume ocupado por essa caixa d'água no espaço é maior que 2 000 litros, pois devemos considerar, além de sua capacidade de armazenamento, a espessura do material utilizado para construir o recipiente.

O mesmo é válido para todo e qualquer recipiente: o volume que ele ocupa no espaço é sempre maior que sua capacidade, pois sempre precisamos considerar as paredes do mesmo.

Unidades

As unidades litros (L) e metros cúbicos (m^3), bem como seus múltiplos e submúltiplos, são utilizadas para especificar volumes. No entanto, em nosso cotidiano, utilizamos muito mais a unidade “L” para identificar a capacidade dos recipientes. Temos a seguinte correlação entre tais unidades de medida:

$$1 m^3 = 1000L$$

$$1L = 1000 mL$$

Exemplos de Capacidade

No dia-a-dia encontramos com frequência referências ao volume de produto armazenado em determinados objetos. Abaixo, temos alguns exemplos. Note que a capacidade do objeto pode ser diferente do volume de produto nele contido.

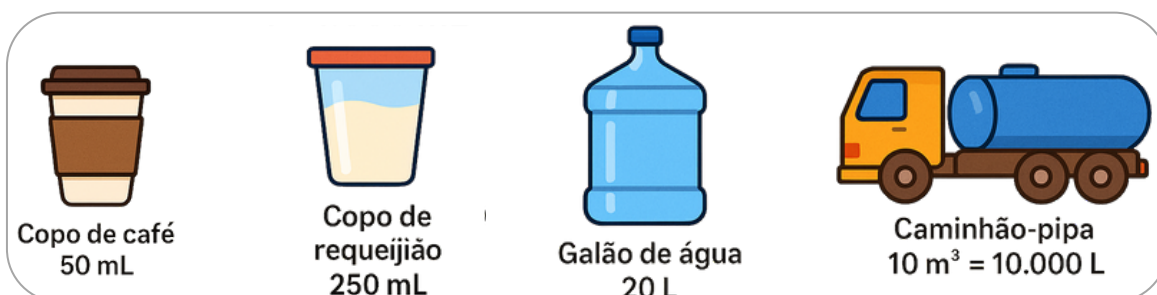


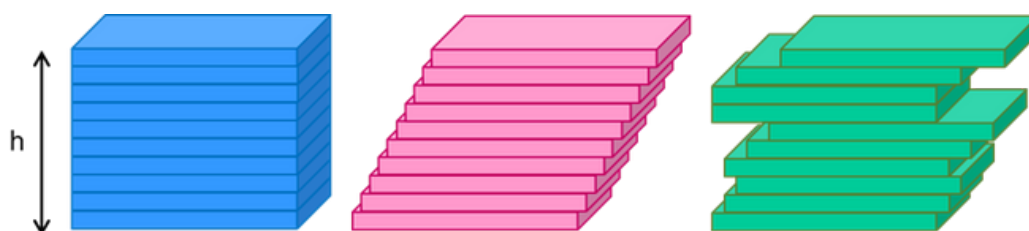
Imagem gerada por IA

Figura 3: Objetos com capacidades diversas.

Princípio de Cavalieri

Para generalizar a fórmula do volume dos sólidos que iremos tratar nesse material, é importante compreender um conceito geométrico chamado Princípio de Cavalieri. Vamos desenvolver, a priori, sua noção intuitiva para então definirmos seu enunciado.

Intuitivamente, podemos pensar da seguinte forma: suponha que você tenha uma pilha de chapas retangulares, que pode ser uma pilha de livros ou uma pilha de folhas, todas de mesmas dimensões, portanto, apresentam o mesmo volume. A partir dessas pilhas, podemos representar alguns sólidos, como mostrados na figura abaixo:



© 2025 Maurício Celeri

Figura 4: Diferentes disposições de pilhas de chapa com o mesmo volume total.

Nos três casos, o espaço ocupado pela pilha é o mesmo, ou seja, os três sólidos possuem o mesmo volume, apesar de suas diferentes disposições e, conseqüentemente, formas distintas.

Isso pode ser explicado pelo Princípio de Cavalieri, que afirma o seguinte:

Dois sólidos de mesma altura, apoiados sobre um plano α , têm volumes iguais se todo plano paralelo a α intersectar os sólidos, determinando regiões de áreas iguais.



A técnica de tomografia computadorizada (TC) usa a ideia de analisar fatias de um corpo humano. A reconstrução do volume interno de órgãos ou tumores se baseia em seções — conceito que lembra o princípio de Cavalieri.

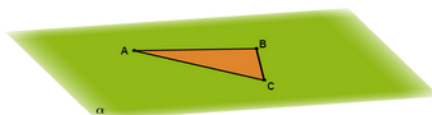


PRISMAS

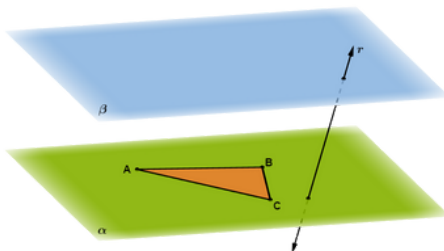
Considere um plano α onde está contido um polígono convexo ABC. Defina, então, um plano β , paralelo a α , e uma reta r concorrente a estes dois planos. Trace segmentos de retas paralelos a r com uma extremidade no polígono ABC e a outra no plano β . A reunião de todos esses segmentos é denominada **prisma**.

Vejamos, passo a passo, essa construção:

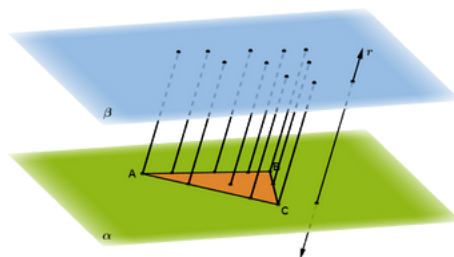
- ① Considere um plano α e um polígono convexo ABC.



- ② Defina plano β , paralelo a α , e uma reta r concorrente a esses dois planos.



- ③ Trace segmentos de retas paralelas a r com uma extremidade no polígono ABC e a outra no plano β .



- ④ A reunião de todos esses segmentos é denominada prisma.

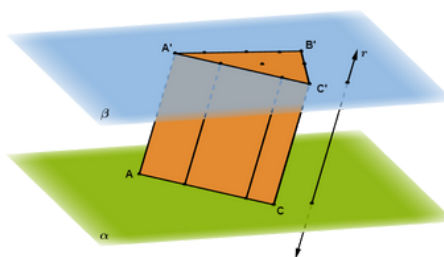
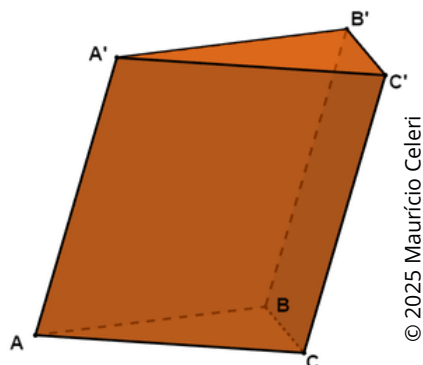


Figura 5: Passo a passo para formação de um prisma.



No prisma $ABCA'B'C'$ representado podemos destacar os seguintes elementos:



© 2025 Maurício Celeri

Vértices: A, B, C, A', B' e C'

Arestas das bases: $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}, \overline{A'B'}, \overline{A'C'}$ e $\overline{B'C'}$

Arestas laterais: $\overline{AA'}, \overline{BB'}$ e $\overline{CC'}$

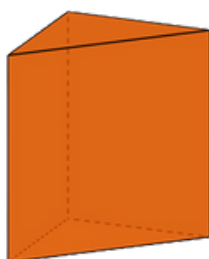
Bases: ABC e $A'B'C'$

Faces laterais: $ACC'A', BCC'B'$ e $ABB'A'$

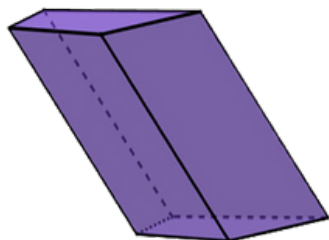
Figura 6: Prisma e seus elementos.

Classificação dos Prismas

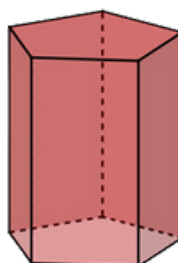
Os prismas podem ser classificados de acordo com o polígono que forma a sua base. Por exemplo, se o prisma possui uma base triangular ele é denominado prisma triangular. Veja alguns exemplos de prismas:



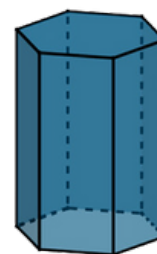
Prisma Triangular



Prisma Quadrangular



Prisma Pentagonal



Prisma Hexagonal

© 2025 Maurício Celeri

Figura 7: Exemplos de prismas.

Nos sólidos acima, os prismas triangular, pentagonal e hexagonal são exemplos de **prismas retos**, pois possuem arestas laterais perpendiculares às bases, com faces laterais retangulares. Já o prisma quadrangular mostrado é um exemplo de **prisma oblíquo**, cujas arestas laterais são inclinadas, formando faces laterais em forma de paralelogramos.

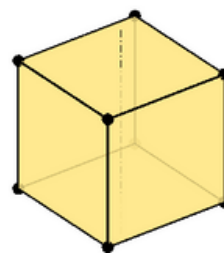


O arco-íris é formado quando a luz solar atravessa gotículas de água na atmosfera. Cada gota funciona como um prisma natural, refratando e dispersando a luz em suas cores componentes. A dispersão acontece porque a luz branca é feita de várias cores, cada uma com um comprimento de onda diferente.



Paralelepípedo

Paralelepípedos são prismas cujas bases são paralelogramos. Na figura ao lado vemos um cubo, que é um tipo de paralelepípedo: note que a superfície total de um paralelepípedo é a união de seis paralelogramos.

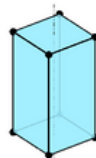
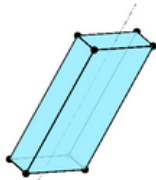


© 2025 Haroldo Cabral Maya.

Figura 8: Paralelepípedo quadrado.

Classificação dos Paralelepípedos

Como se trata de um tipo particular de prisma, paralelepípedos também podem ser classificados em dois grupos:

CLASSIFICAÇÃO	DESCRIÇÃO	EXEMPLO
<i>Reto</i>	Todas as faces são retângulos e os ângulos são todos retos (90°).	
<i>Oblíquo</i>	As arestas laterais não são perpendiculares à base, mas as faces continuam sendo paralelogramos.	

© 2025 Haroldo Cabral Maya.

Volume do Paralelepípedo Reto-Retângulo

Um paralelepípedo reto-retângulo é uma forma geométrica tridimensional que se assemelha a um bloco retangular, com todas as suas faces sendo retângulos. Como vimos anteriormente, o volume desse sólido pode ser determinado por meio do produto entre suas três dimensões: comprimento, largura e altura. Representando, respectivamente, essas medidas pelas letras **a**, **b** e **h** temos:

$$V = a \cdot b \cdot h$$

Observando essa expressão, podemos interpretar o produto de **a** por **b** como a área da base do paralelepípedo, que denotamos por A_b . Assim, a fórmula do volume pode ser reescrita como:

$$V = A_b \cdot h$$



Volume do Prisma

Imagine um prisma qualquer com:

- base de forma poligonal genérica (triangular, pentagonal etc.);
- altura h ; e
- área da base A_b .

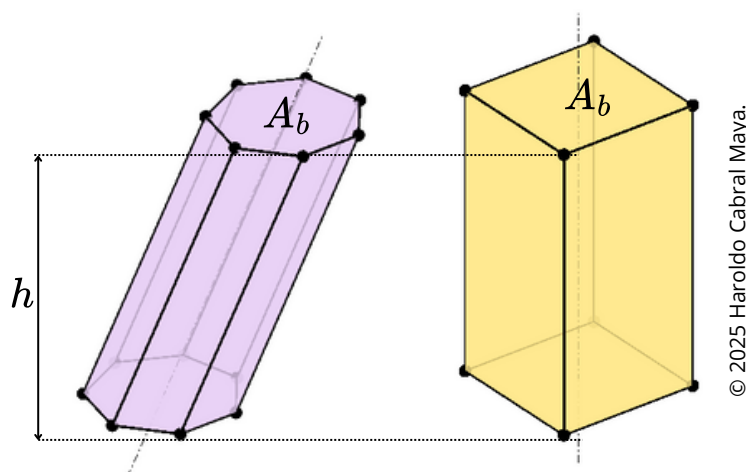


Figura 9: Comparação entre um prisma e um paralelepípedo reto.

Se esse prisma tiver a mesma altura de um paralelepípedo e as seções transversais paralelas às bases de ambos os sólidos tiverem área constante e igual a A_b , (ambos os sólidos esboçados na figura 9) então, pelo Princípio de Cavalieri, ambos terão o mesmo volume.

Assim, podemos concluir que a fórmula do volume se generaliza para qualquer prisma:

$$V = A_b \cdot h$$

Portanto, a fórmula para determinar o volume de um prisma não depende da forma da base, mas apenas da área da base e da altura do sólido.



O prisma ganhou um significado cultural forte com o álbum *The Dark Side of the Moon* (1973) da banda Pink Floyd — a famosa capa com a luz branca se dividindo nas cores do arco-íris virou um ícone da cultura pop, representando clareza, divisão e expansão da consciência.



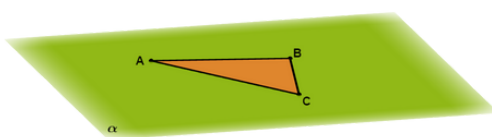
Imagem gerada por IA

PIRÂMIDES

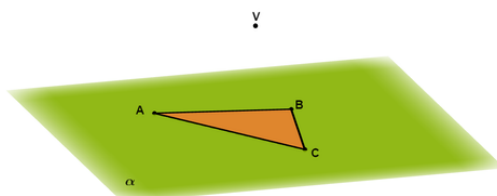
Considere um plano α onde está contido um polígono convexo ABC. Defina então um ponto V que não pertença a α . Trace todos os segmentos de retas com uma extremidade no polígono ABC e a outra no ponto V. A reunião de todos esses segmentos é denominada **pirâmide**.

Veamos, passo a passo, essa construção:

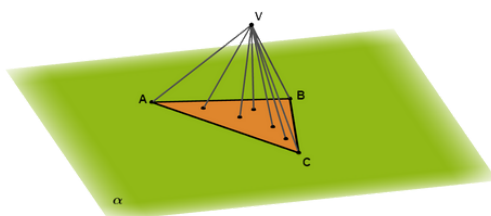
- ① considere um plano α e um polígono convexo ABC.



- ② defina então um ponto V que não pertença a α



- ③ trace segmentos retas com uma extremidade no polígono ABC e a outra no ponto V



- ④ A reunião de todos esses segmentos é denominada pirâmide.

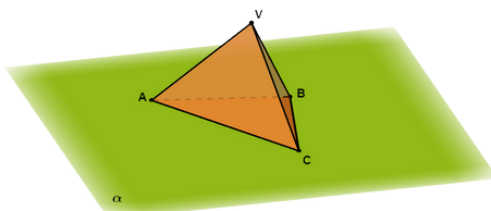
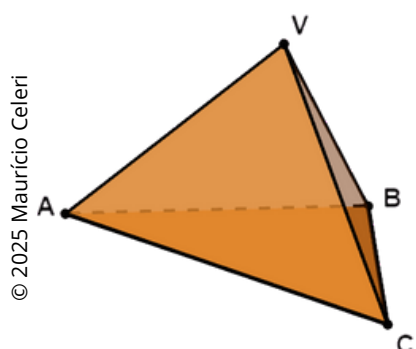


Figura 10: Passo a passo para formação de uma pirâmide.



Na pirâmide representada podemos destacar os seguintes elementos:



© 2025 Maurício Celeri

Vértices da base: A, B e C

Vértice da pirâmide: V

Arestas da bases: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$

Arestas laterais: $\overline{AV}$, $\overline{BV}$ e $\overline{CV}$

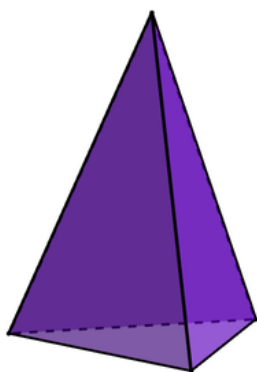
Base: ABC

Faces laterais: ABV , ACV e BCV

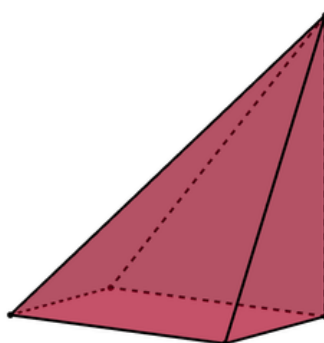
Figura 11: Pirâmide e seus elementos.

Classificação das Pirâmides

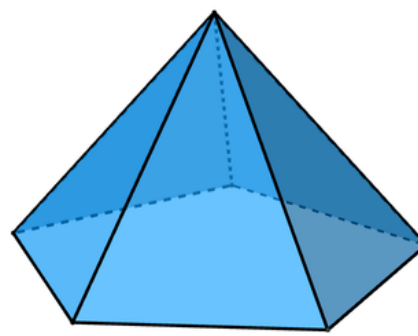
As pirâmides, assim como os prismas, podem ser classificadas de acordo com o polígono que forma a sua base, por exemplo, se a pirâmide possui uma base triangular ela é denominada pirâmide triangular, veja alguns exemplos abaixo:



Pirâmide Triangular



Pirâmide Quadrangular



Pirâmide Pentagonal

© 2025 Maurício Celeri

Figura 12: Exemplos de pirâmides.

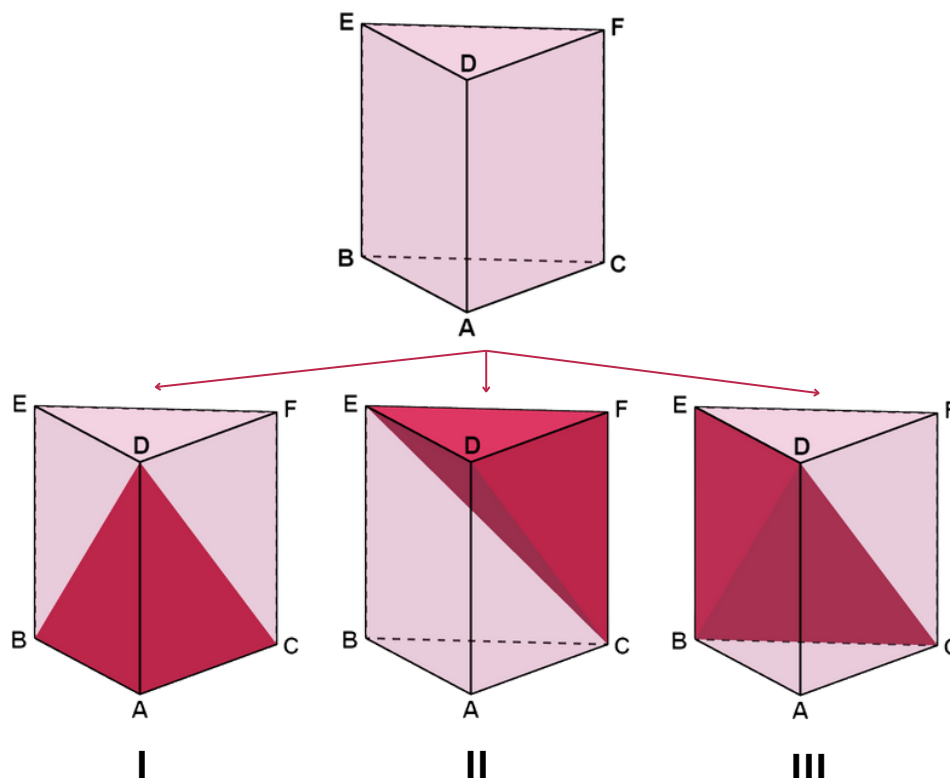
Nos sólidos acima, as pirâmides triangular e pentagonal são exemplos de **pirâmides retas**, pois o segmento que une o vértice ao centro da base é perpendicular ao plano da base. Já a pirâmide quadrangular é um exemplo de **pirâmide oblíqua**, pois esse segmento é inclinado em relação à base. Além disso, quando a pirâmide é reta e sua base é um polígono regular, ela é chamada de pirâmide regular.



Quando pensamos em pirâmides, automaticamente pensamos nas pirâmides do Egito. Mas, além das famosas Pirâmides de Gizé, há pirâmides no México (Maias e Astecas), China, Sudão (reino de Cuxe) e até na Indonésia (como a pirâmide de Gunung Padang). Cada civilização usava-as com propósitos diferentes: túmulos, templos, centros cerimoniais.

Volume da Pirâmide

Considere o prisma abaixo e as seguintes pirâmides que podem ser obtidas dele:



© 2025 Maurício Celeri

Figura 13: Partição de um prisma em 3 pirâmides.

Daí podemos tirar algumas relações:

$V_I = V_{II}$ Pois os triângulos ABC e DEF , que formam as bases das pirâmides I e II, respectivamente, são congruentes e a altura de ambas são iguais, e iguais à altura do prisma.

$V_{II} = V_{III}$ Pois os triângulos ECF e BEC , que formam as bases da pirâmide II e III, respectivamente, são congruentes, já que são metade do paralelogramo $BCFE$, e a altura de ambas é representada pela medida do segmento DE .

Daí, podemos tirar a seguinte conclusão:

$$V_I = V_{II} = V_{III} = V_{\text{Pirâmide}} \text{ e } V_I + V_{II} + V_{III} = 3V_{\text{Pirâmide}} = V_{\text{Prisma}} \Rightarrow V_{\text{Pirâmide}} = \frac{V_{\text{Prisma}}}{3}.$$

Utilizando o Princípio de Cavalieri e lembrando da forma de cálculo do volume do prisma, podemos concluir que

$$V_{\text{Pirâmide}} = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

As faces de um paralelepípedo reto-retângulo têm área das faces medindo 6 cm^2 , 9 cm^2 e 24 cm^2 , conforme indicado na figura 14. Qual o volume desse paralelepípedo?

Solução:

Sabemos que as faces de um paralelepípedo reto-retângulo são retângulos e suas faces opostas tem a mesma área. Vamos esboçar o sólido para avaliarmos melhor o problema a ser resolvido.

Assim, temos que:

$$a \cdot b = 6 \rightarrow b = \frac{6}{a}$$

$$a \cdot c = 9 \rightarrow c = \frac{9}{a}$$

$$b \cdot c = 24 \therefore \frac{6}{a} \cdot \frac{9}{a} = 24 \rightarrow a^2 = \frac{6 \cdot 9}{24} = \frac{9}{4}$$

$$a = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

Por consequência,

$$b = \frac{6}{a} = \frac{6}{\frac{3}{2}} = \frac{6 \cdot 2}{3} = 4$$

$$c = \frac{9}{a} = \frac{9}{\frac{3}{2}} = \frac{9 \cdot 2}{3} = 6$$

E o volume pode ser calculado como

$$a \cdot b \cdot c = \frac{3}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 36$$

Portanto, o volume do paralelepípedo é de 36 cm^3 .

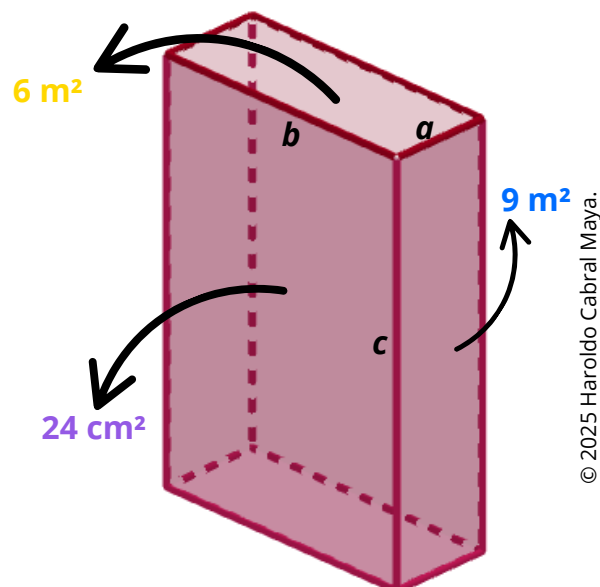


Figura 14: Esboço do prisma em questão.

EXERCÍCIO 2



Fonte: NeoMam Studios.

Figura 15: Deterioração da pirâmide de Gizé. À esquerda, representação de como seria sua aparência original, com revestimento liso de calcário branco polido; à direita, o estado atual da estrutura, após séculos de erosão e remoção de materiais.

A Grande Pirâmide de Gizé, construída no Antigo Egito, originalmente possuía uma altura de 146,7 metros e uma base quadrada com 230,6 metros de lado. Com o passar dos séculos, devido à erosão natural e à retirada de blocos de pedra para uso em outras construções, sua altura atual é de 138,5 metros.

Originalmente, a pirâmide era revestida por calcário branco polido, o que lhe conferia superfícies lisas e alinhadas, reforçando sua forma geométrica perfeita.

Suponha que, para fins de cálculo, tanto a forma original quanto a atual possam ser representadas como pirâmides de base quadrada e forma geométrica regular. Com base nessa aproximação, estime o volume de material (em metros cúbicos) que foi perdido ao longo do tempo.

Solução

Volume original:

$$V_1 = \frac{A_b \cdot h_1}{3} = \frac{(230,6)^2 \cdot 146,7}{3} \approx 2\,600\,324\,m^3$$

Volume atual:

$$V_2 = \frac{A_b \cdot h_2}{3} = \frac{(230,6)^2 \cdot 138,5}{3} \approx 2\,454\,975\,m^3$$

Volume perdido:

$$V_{p1} - V_{p2} \approx 2\,600\,324 - 2\,454\,975 = 145\,349\,m^3$$

Material Extra

LIVROS DIDÁTICOS



Matemática em contexto: Geometria plana e Geometria espacial. (DANTE)

Capítulo 2: Geometria espacial.

- Prismas e cilindros
 - Medida de volume de sólidos geométrico (p. 88 - 94).
- Pirâmide e cone
 - Pirâmide (p. 106 - 113).



Prisma matemática: geometria. (BONJORNO)

Capítulo 3: Poliedros.

- Prismas.
 - Volume (p. 88).
 - Volume de um paralelepípedo (p. 88).
 - Princípio de Cavalieri (p. 89).
 - Volume de um prisma (p. 90).
- Pirâmides.
 - Volume de uma pirâmide (p. 97).

SUGESTÃO DE LEITURA

Sugerimos a leitura e, se viável, uma tertúlia com os estudantes, baseado no artigo Embalagens, de autoria de Rogério César dos Santos e Sandra A. de Oliveira Baccarin, publicado na Revista do Professor de Matemática.



ATIVIDADES

Para discutir com os alunos as diferenças entre os conceitos de volume e capacidade, sugerimos duas questões do Enem para discussão em sala de aula. As questões e respectivas soluções podem ser acessadas por [aqui](#) ou pelo QR Code ao lado.



Atividades

ATIVIDADE 1

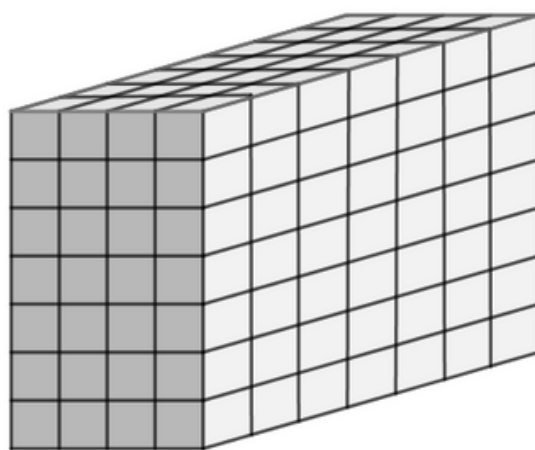
Lucas trabalha em uma empresa de distribuição logística, sendo responsável pela conferência das entregas realizadas. Certo dia, um entregador deixou várias caixas empilhadas, conforme ilustrado na figura 1, e representado esquematicamente na figura 2.

figura 1



Fonte: Imagem gerada por IA.

figura 2



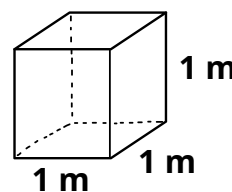
© 2025 Sebastião Almeida Mota

Com base na representação da figura 2, Lucas precisou calcular o total de caixas empilhadas. Diante dessa situação, responda:

a) Qual seria a melhor estratégia que Lucas poderia utilizar para calcular a quantidade total de caixas empilhadas?

b) Qual é o número total de caixas empilhadas?

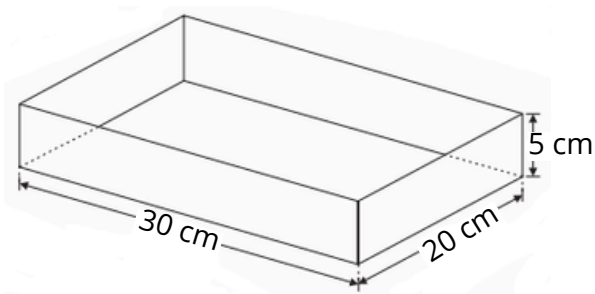
c) Sabendo que uma única caixa empilhada tem o formato de um cubo de volume correspondente a 1 m^3 , qual é o volume total ocupado por todas as caixas empilhadas (figura 2)?



Design: Banana Banana / Fonte: Canva

ATIVIDADE 2

(SAEPE 2018) Rayssa comprou uma forma de bolo com formato de bloco retangular, cujas medidas internas estão representadas na figura abaixo.



A capacidade máxima, em cm^3 , dessa forma é:

- a) 220
- b) 500
- c) 600
- d) 1 100
- e) 3 000

ATIVIDADE 3

João, a pedido de sua mãe, está enchendo algumas formas para produzir gelo. Ele utiliza uma forma composta por 9 espaços com formato cúbico, onde a aresta de cada um mede 5 cm. Assim, ele deve colocar água em todos os 9 espaços.

Dado: $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$ (Mililitros)



Fonte: Imagem criada por IA.



Design: pixabay /
Fonte: Canva

Sabendo disso, qual é o volume total em ml (mililitros) de água necessário para encher todos os cubos da forma?

- a) 25 ml
- b) 125 ml
- c) 225 ml
- d) 1 125 ml
- e) 1 250 ml

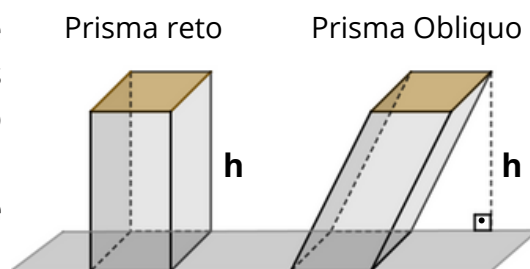
ATIVIDADE 4

Um fabricante de sabão líquido desenvolveu duas embalagens para o mesmo produto. A primeira tem o formato de um paralelepípedo reto, e a segunda, mais moderna e estilizada, tem o formato de um prisma oblíquo, com as mesmas medida de área da base e altura da embalagem original.

Para aprovar a nova embalagem, o setor de qualidade analisará se as duas embalagens apresentam a mesma capacidade, bem como o volume ocupado por elas.

Em relação ao volume das embalagens, é correto afirmar que:

- a) O volume da nova embalagem é menor, pois ela é inclinada.
- b) O volume da nova embalagem é maior, porque seu formato permite mais espaço interno.



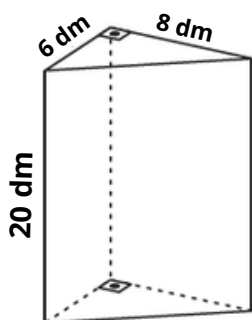
© 2025 Sebastião Almeida Mota



- c) Os dois recipientes têm o mesmo volume, pois possuem o mesmo formato de base.
- d) Os dois recipientes têm o mesmo volume, pois, segundo o Princípio de Cavalieri, sólidos com mesma altura e mesma área de seções paralelas têm volumes iguais.
- e) Não é possível comparar os volumes sem medir o líquido diretamente.

ATIVIDADE 5

Uma empresa de construção civil está desenvolvendo blocos de concreto especiais para a decoração de um parque temático. Cada bloco tem o formato de um prisma triangular reto, e as dimensões internas do molde estão representadas na figura abaixo.

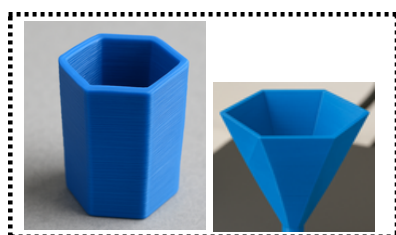


Para garantir a produção correta, é necessário calcular o volume de concreto, em decímetros cúbicos (dm^3), que será utilizado para preencher totalmente cada molde.

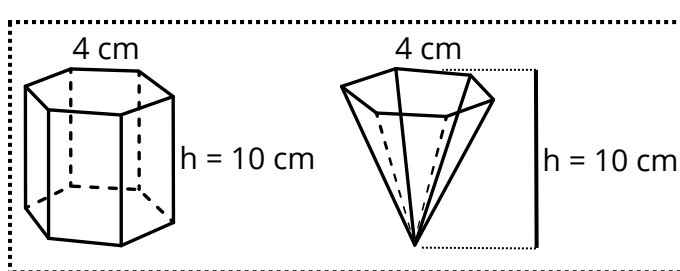
Com base nas medidas indicadas, qual será o volume de concreto necessário para fabricar um desses blocos?

ATIVIDADE 6

Durante a aula de Geometria, o professor e os alunos utilizaram uma impressora 3D para construir duas representações de sólidos geométricos: uma pirâmide e um prisma, ambos com base hexagonal. As duas representações foram projetadas com a mesma área da base e a mesma altura, como ilustrado a seguir.



Fonte: Imagem criada por IA.



Para investigar a relação entre os volumes dessas figuras, um dos alunos encheu completamente a pirâmide com água e despejou o conteúdo dentro do prisma. Ele repetiu esse processo várias vezes, até que o prisma estivesse totalmente cheio. Quantas vezes, no total, esse processo precisou ser realizado para que o prisma ficasse completamente cheio?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

ATIVIDADE 7

Júlia está organizando com muito carinho a festa de aniversário de sua filha. Apaixonada por trabalhos manuais e em busca de um toque especial, ela decidiu preparar docinhos de chocolate artesanais.

Para isso, utilizou moldes de policarbonato/Acrílico no formato de pirâmide reta com base quadrada, em que cada lado do quadrado da base mede 3,2 cm e a altura desse molde mede 3 cm. A ilustração destaca o modelo matemático do molde utilizado por Júlia

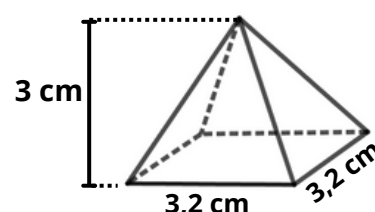
Cada molde foi completamente preenchido com chocolate, e Júlia produziu exatamente 100 unidades para enfeitar a mesa e presentear os convidados.

Com base nessa situação, qual o volume total de chocolate utilizado por Júlia para preencher as 100 forminhas?

- a) 10,24 cm³
- b) 900 cm³
- c) 1 024 cm³
- d) 1 536 cm³
- e) 3 072 cm³

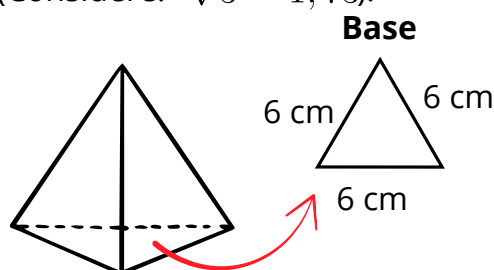


Fonte: Imagem gerada por IA.



ATIVIDADE 8

Determine o volume de uma pirâmide de base triangular regular, sabendo que a altura da pirâmide mede 10 cm e que cada lado do triângulo da base mede 6 cm (Considere: $\sqrt{3} \cong 1,73$).



Dado

$$A = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

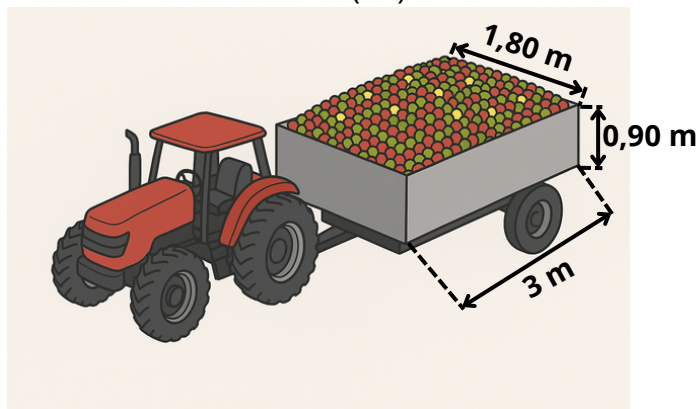
ATIVIDADE 9

A cafeicultura é a principal atividade agrícola do Espírito Santo, presente em quase todos os municípios e em cerca de 60 mil das 90 mil propriedades rurais. Responsável por cerca de 400 mil empregos diretos e indiretos, a colheita é feita por trabalhadores contratados, sendo a remuneração, em muitos casos, baseada na produção individual.

A quantidade colhida por cada trabalhador ao longo do dia é medida por meio de recipientes com capacidade aproximada de 60 litros, como balaies ou caixas. No final do dia, esses cafés são recolhidos por caminhões ou carretas em tratores, para serem levados ao terreiro ou à beneficiadora.

Fonte: Disponível em: <<https://incaper.es.gov.br/cafeicultura>>. Acessado em 16/05/2025 - Adaptado pelo Autor.

Dado: 1 metro cúbico (m^3) = 1 000 litros



Fonte: Imagem gerada por IA.



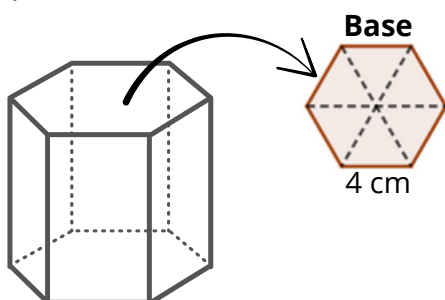
Fonte: Cepea. 15/01/2021. Disponível em: <<https://www.cidadesdocafe.com/precos-do-cafe-iniciam-ano-em-alta/>>. Acessado em 16/05/2025.

Suponha que um produtor utilize uma carreta em formato de paralelepípedo, puxada por um trator, conforme ilustrado na imagem acima. As dimensões internas da carreta são 3 metros de comprimento, 1,80 metro de largura e 0,90 metro de altura. Considerando que é possível ultrapassar a capacidade da carreta fazendo com que ela transporte até 10% a mais do que a sua capacidade real, qual é o número aproximado de balaies ou caixas de 60 litros de café em coco (café recém-colhido) que podem ser transportados em uma única viagem?

- a) 81 balaies cheios de café
- b) 89 balaies cheios de café
- c) 91 balaies cheios de café
- d) 95 balaies cheios de café
- e) 105 balaies cheios de café

ATIVIDADE 10

Calcule o volume de um prisma regular hexagonal, sabendo que sua altura é 8 cm e que a aresta de sua base mede 4 cm.



Dado

$$Ab = \frac{6 \cdot l^2 \sqrt{3}}{4}$$



Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: geometria**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

CHAVANTE, E.; PRESTES, D. **Quadrante matemática, 3º ano: ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2016.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em Contextos: geometria plana e espacial**. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020.

LAUNAY, M. A **Fascinante História da Matemática: da pré-história aos dias de hoje**. Trad. Clóvis Marques. 2. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2021.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica**. 7. ed. São Paulo: Atual, 2013.

SOUZA, J. R. de. **Multiversos Matemática: Geometria: Ensino Médio**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

Referências

ATIVIDADES

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, Ruy Giovanni Júnior; SOUZA, Paulo Roberto Câmara. **Prisma matemática: geometria e trigonometria**. ensino médio - área do conhecimento: matemática e suas tecnologias. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contexto: Geometria plana e espacial**. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2020.

PRISMA, Questão 671c5363-d8. **Prova: FAMEMA 2019**. Disciplina: Matemática. Assunto: Prismas, Geometria Espacial. Disponível em: <<https://estudeprisma.com/questoes/671c5363-d8>>. Acessado em: 18/05/2025.

PERNAMBUCO. **Secretaria de Educação de Pernambuco. SAEPE - 2018 / Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação**, CAEd. V. 1 (2018), Juiz de Fora - Anual Conteúdo: Revista do Professor. Disponível em: <<https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/pe/colecoes/2018/PE%20SAEPE%202018%20RP%20MT%20WEB.pdf>>. Acessado em 13/05/2025.

PERNAMBUCO, Sistema de Avaliação. **SAEPE 2013. REVISTA PEDAGÓGICA 3º ano do Ensino Médio MATEMÁTICA**. Disponível em: <<https://prototipos.caeddigital.net/arquivos/pe/colecoes/2013/SAEPE%20RP%20MT%203EM%20WEB.pdf>>. Acessado em 18/05/2025.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiverso Matemática: Geometria. Ensino Médio**. 1ª ed. São Paulo: FTD, 2020.