



	MATEMÁTICA – RPE 07 – LISTA 11		
	Descritor(es): D096_M – Utilizar propriedades de progressões aritméticas na resolução de problemas.		
	Professor regente: WAGNER W. G. GOMES	Data:	
Aluno(a):	Série/Turma:		

RESUMO – TERMO GERAL DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

O que é Progressão Aritmética? É uma sequência de números onde a diferença entre dois termos consecutivos é sempre a mesma. Essa diferença constante é chamada de razão da P.A.

Sendo assim, a partir do segundo elemento da sequência, os números que surgem são resultantes da soma da constante com o valor do elemento anterior.

Quantidade de termos de uma P.A

As progressões aritméticas podem apresentar um número determinado de termos (P.A. finita) ou um número infinito de termos (P.A. infinita).

sequência
sequência

Cada termo de uma P.A. é identificado pela posição que ocupa na sequência e para representar cada termo utilizamos uma letra (normalmente a letra a) seguida de um número que indica sua posição na sequência.

Por exemplo, o termo a_4 na P.A. (2, 4, 6, 8, 10) é o número 8, pois é o número que ocupa a 4ª posição na sequência.

Classificação das Progressões Aritméticas

De acordo com o valor da razão, as progressões aritméticas são classificadas em:

- **Constante:** quando a razão for igual a zero.
Exemplo: (4, 4, 4, 4, 4...), sendo $r = 0$.
- **Crescente:** quando a razão for maior que zero.
Exemplo: (2, 4, 6, 8, 10...), sendo $r = 2$.
- **Decrescente:** quando a razão for menor que zero.
Exemplo: (15, 10, 5, 0, - 5...), sendo $r = - 5$.

Progressão Aritmética e a Função Afim

A Progressão Aritmética (PA) e a Função Afim são conceitos matemáticos interligados. A P.A pode ser representada e interpretada por meio de uma função afim, o que facilita a análise e a compreensão de seus termos.

Termo Geral de uma P.A.: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$

Onde:

- a_n = enésimo termo da sequência;
- a_1 = primeiro termo da P.A;
- n = posição do termo que queremos descobrir;
- r = razão do P.A.

Termo Geral de uma P.A – Possíveis Cálculos:

Exemplo 1: Encontrar o valor de um termo.

Encontre o valor do 6º termo de uma progressão aritmética com um valor inicial de 2 e uma razão de 3.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

Sabemos que: $a_n = ?$ $a_1 = 2$ $n = 109$ $r = 3$

Portanto, temos: $a_6 = 2 + (6 - 1) \cdot 3$

$$a_6 = 2 + 5 \cdot 3$$

$$a_6 = 2 + 15$$

$$a_6 = 17$$

Exemplo 2: Encontrar a posição de um termo.

Qual é a posição do termo 109 em uma PA de razão 3, cujo primeiro termo é igual a 10?

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

Sabemos que: $a_n = 109$ $a_1 = 10$ $n = ?$ $r = 3$

Portanto, temos: $109 = 10 + (n - 1) \cdot 3$

$$109 = 10 + 3n - 3$$

$$109 = 7 + 3n$$

$$109 + 7 = 3n$$

$$102 = 3n$$

$$n = \frac{102}{3}$$

$$n = 34$$

Exemplo 3: Encontrar o valor da razão.

Qual é a razão da progressão aritmética, sabendo que $a_{16} = 48$ e que $a_{10} = 36$?

• Equação (I): Para $a_{10} = 36$, temos

$$36 = a_1 + (10 - 1) \cdot r$$

$$36 = a_1 + 9 \cdot r$$

$$a_1 = 36 - 9 \cdot r$$

• Equação (II): Para $a_{16} = 48$, temos

$$48 = a_1 + (16 - 1) \cdot r$$

$$48 = a_1 + 15 \cdot r$$

$$a_1 = 48 - 15 \cdot r$$

• Igualando as Equações (I) e (II):

$$36 - 9 \cdot r = 48 - 15 \cdot r$$

$$15 \cdot r - 9 \cdot r = 48 - 36$$

$$6 \cdot r = 12$$

$$r = \frac{12}{6}$$

$$r = 2$$

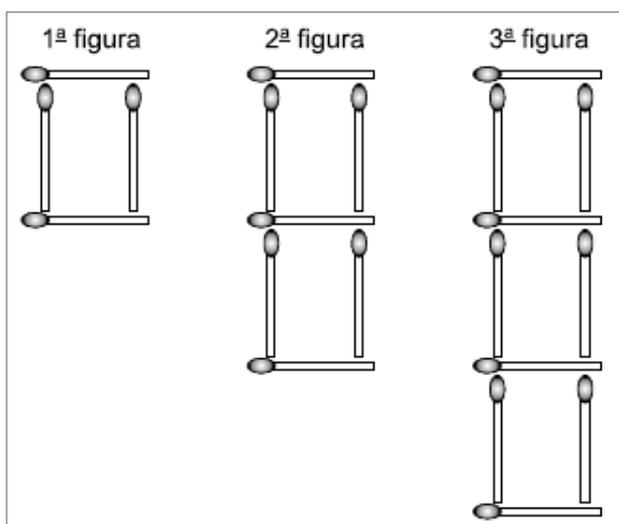
ATIVIDADE PROPOSTA

1. Em uma progressão aritmética (PA), o primeiro termo é 5 e a razão é 3. Qual é o 10º termo dessa PA?

(A) 32 (C) 35 (E) 38
(B) 29 (D) 26

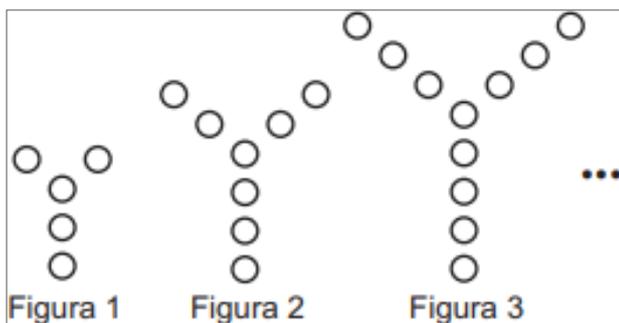
2. A sequência a seguir é formada por retângulos e é construída com palitos de fósforo. A primeira figura é formada com 4 palitos; a segunda figura é formada com 7 palitos e assim por diante.

A quantidade de palitos em cada figura forma uma sequência numérica que obedece a um padrão. Seguindo esse padrão, qual é a quantidade de palitos que irá aparecer na 10ª figura?



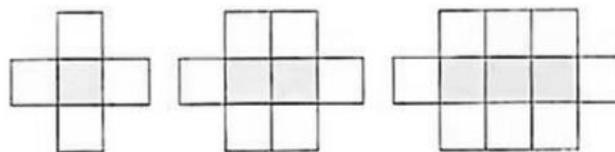
(A) 33 palitos (C) 31 palitos (E) 29 palitos
(B) 32 palitos (D) 30 palitos

3. (OBMEP 2019) Observe a sequência de figuras abaixo, todas elas com a forma de letra Y. Seguindo esse padrão, quantas bolinhas terão na 15ª figura?



(A) 35 (C) 50 (E) 60
(B) 47 (D) 52

4. Na sequência de figuras a seguir, seja n o número da figura e $f(n)$ a quantidade de quadradinhos na figura n . Por exemplo, na figura 1 há 5 quadradinhos, sendo assim, escrevemos $f(1) = 5$. Do mesmo modo, $f(2) = 8$ e $f(3) = 11$. Seguindo esse padrão, a função f é polinomial de 1º grau. Para qual valor de n temos que $f(n) = 38$?



(A) $n = 10$ (C) $n = 12$ (E) $n = 14$
(B) $n = 11$ (D) $n = 13$

5. Os ganhos mensais de uma empresa, ao decorrer do ano de 2024, estiveram em progressão aritmética aumentando R\$15000,00 a cada mês. No primeiro mês, seu ganho foi de R\$800.000,00. Qual foi seu ganho no mês de dezembro de 2024?

A) R\$935.000,00
B) R\$950.000,00
D) R\$980.000,00
E) R\$995.000,00

6. A sequência é uma progressão aritmética tal que e . Qual é a razão dessa progressão aritmética?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

7. A sequência numérica é uma progressão aritmética de cinco termos. Sabe-se que e . Qual é o valor do primeiro termo dessa sequência numérica?

(A) 1,0 (B) 1,4 (C) 1,8 (D) 2,2 (E) 2,6

8. A sequência a seguir é formada por figurinhas e obedece a um padrão. Repare que a bola aparece nas posições 2 e 7 e, com certeza, voltará a aparecer na posição 12, pois são 5 objetos distintos que mantêm a mesma ordem de posicionamento. Seguindo nesse raciocínio, qual objeto aparecerá na posição 34?



A) Peão
B) Bola
C) Ursinho
D) Foguete
E) Barco

9. Um automóvel, de tanque cheio, inicia um percurso com consumo constante de 5 litros de combustível por hora. A quantidade (Q_n) de combustível no tanque, a cada hora (n) que passa, forma uma sequência padronizada decrescente e finita de números naturais, cujo termo geral é dado por $Q_n = 40 - 5n$.

Para você entender melhor, após 3 horas de percurso a quantidade de combustível no tanque desse automóvel é $Q_3 = 40 - 5 \cdot 3 = 40 - 15 = 25$ litros. Quantos termos tem a sequência Q_n sabendo que seu primeiro termo é Q_1 ?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9