



	<b>MATEMÁTICA – RPE 08 – LISTA 12</b>		
	Descritor(es): D096_M – Utilizar propriedades de progressões aritméticas na resolução de problemas.		
	Professor regente: WAGNER W. G. GOMES	Data:	
Aluno(a):	Série/Turma:		

## RESUMO – SOMA DOS TERMOS DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

**O que é Progressão Aritmética?** É uma sequência de números onde a diferença entre dois termos consecutivos é sempre a mesma. Essa diferença constante é chamada de razão da P.A.

Sendo assim, a partir do segundo elemento da sequência, os números que surgem são resultantes da soma da constante com o valor do elemento anterior.

### Quantidade de termos de uma P.A

As progressões aritméticas podem apresentar um número determinado de termos (P.A. finita) ou um número infinito de termos (P.A. infinita).

sequência  
sequência

Cada termo de uma P.A. é identificado pela posição que ocupa na sequência e para representar cada termo utilizamos uma letra (normalmente a letra a) seguida de um número que indica sua posição na sequência.

Por exemplo, o termo  $a_4$  na P.A (2, 4, 6, 8, 10) é o número 8, pois é o número que ocupa a 4ª posição na sequência.

### Classificação das Progressões Aritméticas

De acordo com o valor da razão, as progressões aritméticas são classificadas em:

- **Constante:** quando a razão for igual a zero.  
Exemplo: (4, 4, 4, 4, 4...), sendo  $r = 0$ .
- **Crescente:** quando a razão for maior que zero.  
Exemplo: (2, 4, 6, 8, 10...), sendo  $r = 2$ .
- **Decrescente:** quando a razão for menor que zero.  
Exemplo: (15, 10, 5, 0, - 5...), sendo  $r = - 5$ .

### Progressão Aritmética e a Função Afim

A Progressão Aritmética (PA) e a Função Afim são conceitos matemáticos interligados. A P.A pode ser representada e interpretada por meio de uma função afim, o que facilita a análise e a compreensão de seus termos.

### Soma dos Termos de uma P.A:

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

Onde:

$S_n$  = termo que queremos calcular;

$a_1$  = primeiro termo da P.A;

$a_n$  = posição do termo que queremos descobrir;

$r$  = razão.

### Soma dos Termos de uma P.A – Possíveis Cálculos:

#### Exemplo 1: Encontrar a soma dos termos.

Qual é a soma dos 30 termos iniciais da progressão aritmética (2, 9, 16, ...)?

Primeiro, encontramos o valor do 30º termo:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{30} = 2 + (30 - 1) \cdot 7 = 2 + 29 \cdot 7 = 2 + 203 = 205$$

Em seguida, temos:

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

$$S_n = \frac{30 \cdot (2 + 205)}{2} = \frac{30 \cdot 207}{2} = \frac{6210}{2} = 3105$$

#### Exemplo 2: Encontrar o valor de um termo.

Em uma PA de razão 7, cuja soma dos 30 primeiros termos é 3105, qual é o 30º elemento?

Sabemos, que:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{30} = a_1 + (30 - 1) \cdot 7$$

$$a_{30} = a_1 + 29 \cdot 7$$

$$a_{30} = a_1 + 203$$

Aplicando a fórmula da soma dos termos, temos:

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

$$3105 = \frac{30 \cdot (a_1 + a_1 + 203)}{2}$$

$$3105 = \frac{30 \cdot (2a_1 + 203)}{2}$$

$$3105 = \frac{60a_1 + 6090}{2}$$

$$60a_1 = 3105 \cdot 2 - 6090$$

$$60a_1 = 6210 - 6090$$

$$60a_1 = 120$$

$$a_1 = \frac{120}{60}$$

$$a_1 = 2$$

Voltando na fórmula do termo geral, concluímos que:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$a_{30} = 2 + (30 - 1) \cdot 7 = 2 + 29 \cdot 7 = 2 + 203 = 205$$

### ATIVIDADE PROPOSTA

1. João está treinando para uma maratona e decide correr todos os dias. No primeiro dia, ele corre 2 km, no segundo, ele corre 3 km, no terceiro, 4 km, e assim por diante, a cada dia seguinte, ele aumenta a distância percorrida em 1 km. João pretende treinar durante 10 dias consecutivos. Qual será a distância total percorrida por João ao final dos 10 dias de treino?

- A) 25 km
- B) 30 km
- C) 35 km
- D) 55 km
- E) 65 km



2. Maria decidiu economizar dinheiro para comprar um novo laptop. No primeiro mês, ela economiza R\$ 50,00, no segundo mês, R\$ 70,00, no terceiro, R\$ 90,00 e assim por diante. A cada mês seguinte, ela decide aumentar o valor economizado em R\$ 20,00. Maria pretende economizar durante 12 meses. Qual será o valor total economizado por Maria ao final desse período?

- A) R\$ 250,00
- B) R\$ 270,00
- C) R\$ 960,00
- D) R\$ 1920,00
- E) R\$ 2320,00



3. Nem sempre é conveniente somar termo a termo de uma progressão aritmética (PA). Para facilitar nosso trabalho podemos usar a fórmula da soma de Gauss. Usando essa fórmula, podemos calcular a soma S de todos os números pares positivos menores que 100. Quanto vale S?

- A) 2352
- B) 2450
- C) 2550
- D) 2552
- E) 2600

**Soma de Gauss:**

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$



4. Ana está participando de uma competição de leitura na escola. No primeiro dia, ela lê 5 páginas de um livro e, a cada dia seguinte, ela lê 2 páginas a mais. Ana pretende continuar essa rotina de leitura durante 15 dias. Qual será o número total de páginas lidas por Ana ao final dos 15 dias?

- A) 285 páginas
- B) 255 páginas
- C) 225 páginas
- D) 220 páginas
- E) 215 páginas



5. Ao financiar uma casa em 20 anos, José fechou o seguinte negócio com a financeira: em cada ano, o valor das 12 prestações deve ser igual e o valor da prestação mensal em um determinado ano é R\$ 40,00 a mais que o valor pago, mensalmente, no ano anterior.

Considerando que o valor da prestação no primeiro ano é de R\$ 350,00, qual será o valor total pago por José, em reais?

- A) 175000
- B) 175100
- C) 175200
- D) 175300
- E) 175400



6. Numa sequência de 50 números que aumenta de 5 em 5 (PA de razão 5), a soma de todos esses números é igual a 6625. Qual é o 1º número que aparece nessa sequência?

- A) 5
- B) 10
- C) 15
- D) 20
- E) 25

7. A soma dos 10 termos de uma PA é 300. Se o primeiro termo dessa PA é 3, assinale a alternativa que apresenta sua razão.

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 7
- E) 8

8. Numa caixa há 1000 bolinhas de gude. Retira-se 15 bolinhas na primeira vez, 20 na segunda, 25 na terceira e assim sucessivamente na mesma razão.

Após a décima quinta retirada, quantas bolinhas sobrarão na caixa?

- A) 100
- B) 150
- C) 200
- D) 250
- E) 300

