GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

1ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

CALCULANDO ÁREAS DE FIGURAS PLANAS: DECOMPOSIÇÃO, RECONFIGURAÇÃO E EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.	• Resolver situações-problema envolvendo a área de superfícies planas em contextos diversos, utilizando a decomposição da superfície, a reconfiguração ou as expressões algébricas para o cálculo de áreas de polígonos e círculos.	**D058_M** Utilizar área de figuras bidimensionais na resolução de problemas.

Caro(a) Professor(a),

Informamos que, a partir da Quinzena 14, o Material Estruturado incluirá todo o conteúdo relativo a esta quinzena, de modo a não haver mais duas capas e sintetizar o conteúdo em um único volume. Esperamos, assim, que essa mudança facilite o seu trabalho, planejamento e sua organização em sala de aula.

Contextualização

SUSTENTABILIDADE E O USO INTELIGENTE DE MATERIAIS

Imagine que você é parte de uma equipe de jovens arquitetos convidados a projetar um pequeno espaço de convivência em uma praça pública de seu bairro. O desafio é criar um ambiente bonito, funcional e sustentável, otimizando o uso de materiais como pisos, grama sintética, madeira reciclada e lajotas. Para isso, será essencial calcular com precisão as áreas das superfícies que serão cobertas por diferentes materiais.

Design: Getty Images Signature / Fonte: Canva

A matemática entra como aliada na sustentabilidade. Ao conhecer e aplicar corretamente as fórmulas para cálculo de áreas, é possível evitar desperdícios, reduzir custos e ainda tomar decisões mais conscientes em relação ao meio ambiente. A *decomposição de superfícies* e o uso de ***expressões algébricas*** ajudam a resolver esses desafios de forma eficiente, permitindo reaproveitar espaços e materiais.

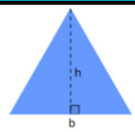
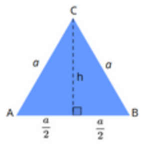
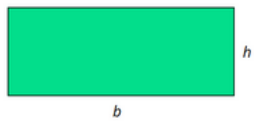
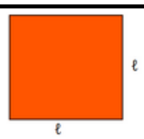
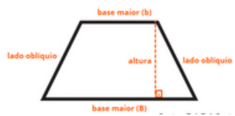
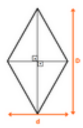
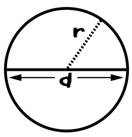
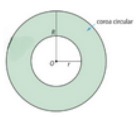
Por exemplo, sua equipe decidiu construir um espaço com formato composto por um setor circular de 90° (um quarto de círculo), com raio de 2,5 metros, que será coberto com madeira de reflorestamento e um retângulo acoplado ao setor circular, onde uma das medidas do retângulo é igual ao raio do setor (2,5 metros), e a outra medida é 4 metros, esse retângulo será revestido com piso drenante ecológico. Para calcular a quantidade de cada material a ser utilizado, vocês precisarão saber exatamente a área de cada parte. Esse será o primeiro passo para estimar os custos e realizar a compra dos materiais de forma sustentável.

Neste material, iremos estudar o cálculo de áreas de figuras planas, como retângulos, polígonos e círculos, por meio de estratégias como a ***decomposição***, ***reconfiguração*** de superfícies e ***uso de expressões algébricas***, com o objetivo de resolver problemas que envolvam contextos diversos .

BONS ESTUDOS!

Conceitos e Conteúdos

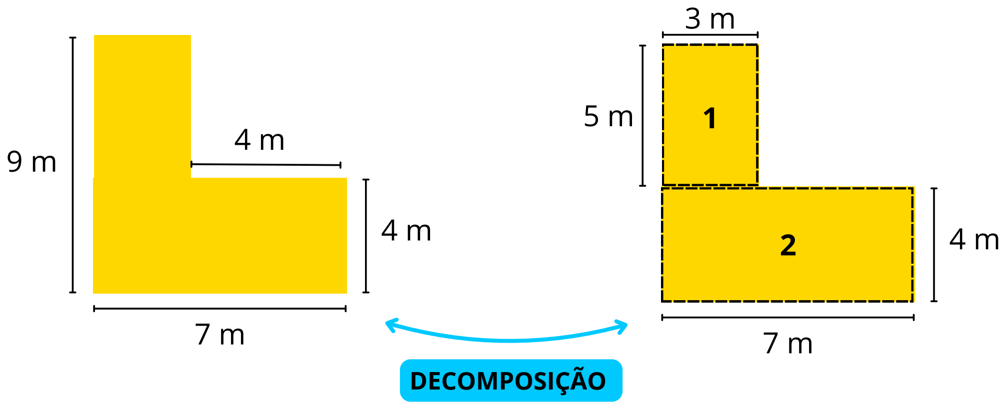
No material anterior, estudamos as áreas de várias figuras planas. Neste material, iremos utilizar estes conhecimentos para resolver situações-problemas envolvendo a área de superfícies planas em contextos diversos, utilizando a decomposição da superfície, a reconfiguração ou as expressões algébricas. Para isso iremos relembrar as expressões algébricas (fórmulas) para os cálculos das áreas e entenderemos o que é decomposição e reconfiguração da superfície.

ÁREA DE FIGURAS PLANAS		
TRIÂNGULO	$A = \dfrac{b \cdot h}{2}$	
TRIÂNGULO EQUILÁTERO	$A = \dfrac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$	
RETÂNGULO	$A = b \cdot h$	
QUADRADO	$A = \ell^2$	
TRAPÉZIO	$A = \dfrac{(B + b) \cdot h}{2}$	
LOSANGO	$A = \dfrac{D \cdot d}{2}$	
CÍRCULO	$A = \pi r^2$	
SETOR CIRCULAR	$A_\alpha = \dfrac{\alpha \cdot \pi r^2}{360^\circ}$	
COROA CIRCULAR	$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$	

ESTRATÉGIAS DE DECOMPOSIÇÃO E RECONFIGURAÇÃO

Para calcular áreas de figuras compostas ou irregulares, podemos usar ***decomposição***: dividimos a figura em partes conhecidas (triângulos, retângulos, setores, entre outras) e somamos suas áreas.
A ***reconfiguração*** consiste em reorganizar a figura sem alterar sua área total, útil para resolver problemas de forma mais simples ou identificar equivalências.
Vamos ver alguns exemplos desses tipos de estratégias.

Exemplo 1: Decomposição de um "L" em retângulos
Imagine uma figura em forma de L, formada por dois retângulos. Para calcular sua área total, podemos decompor em dois retângulos separados.



CÁLCULO DA ÁREA POR DECOMPOSIÇÃO

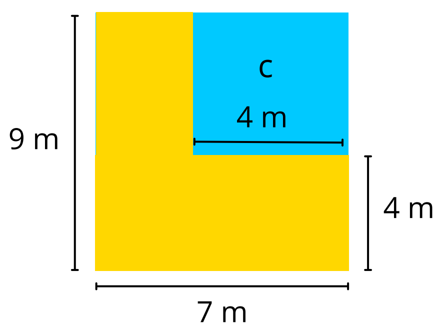
$A_1 = 5 \cdot 3 = 15\ m^2$

$A_2 = 7 \cdot 4 = 28\ m^2$

$A_{total} = A_1 + A_2$

$A_{total} = 15 + 28 = 43\ m^2$

Observe ainda, que, ao invés de somarmos os dois retângulos (1) e (2), poderíamos completar a figura com um retângulo maior (c).



A área desse retângulo maior é: $A = 7 \cdot 9 = 63\ m^2$
Observe que o retângulo (c) que usamos para completar tem 4 m de base e 5 m de altura (9m - 4m).
A área desse retângulo é 20 m².
Se retirarmos esse 20m² da área do retângulo maior, teremos os mesmos 43 m² (63 m² - 20 m²) encontrados no cálculo anterior.

Exemplo 2: Reconfiguração de uma figura.

Em algumas situações, ao reconfigurarmos uma figura, fica mais fácil calcular sua área.

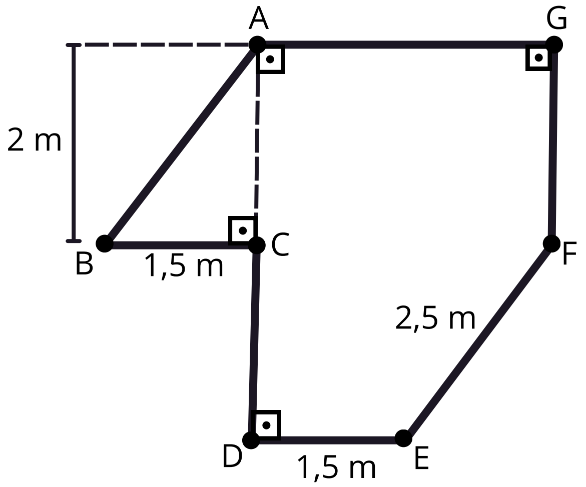


Imagem produzida no Canva

Aplicado o Teorema de Pitágoras no triângulo ABC, temos:

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$a^2 = (1,5)^2 + 2^2$$
$$a^2 = 2,25 + 4$$
$$a^2 = 6,25$$
$$a = \sqrt{6,25}$$
$$a = 2,5\ m$$

Como AB = 2,5 m, podemos reconfigurar o polígono ABCDEFG, transladando o triângulo ABC, de maneira que os segmentos AB e EF coincidam. Desse modo, obtemos o retângulo ADCG, cuja área, a qual indicaremos por A_R , sabemos calcular.

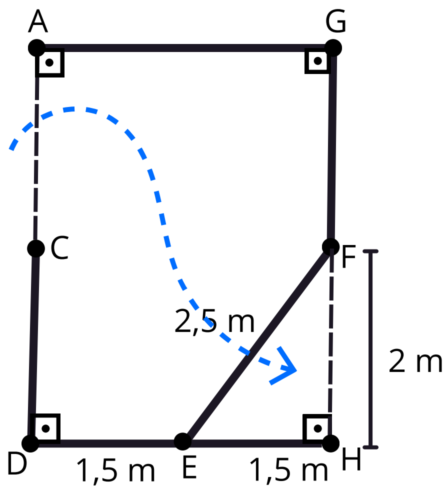


Imagem produzida no Canva

Assim:

$$A_R = (1,5 + 1,5) \cdot (2 + 2) = 3 \cdot 4 = 12$$

Portanto, a área do retângulo ADCG é igual a 12 m² e, consequentemente, a área do polígono ABCDEFG é igual a 12 m².

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Vamos retornar ao texto de contextualização e resolver o problema que foi apresentado.
Sua equipe decidiu construir um espaço com formato composto por um setor circular de 90° (um quarto de círculo), com raio de 2,5 metros, que será coberto com madeira de reflorestamento e um retângulo acoplado ao setor circular, onde uma das medidas do retângulo é igual ao raio do setor (2,5 metros), e a outra medida é 4 metros, esse retângulo será revestido com piso drenante ecológico.
Qual será a área total a ser coberta com os dois materiais sustentáveis? (use π =3,14)

SOLUÇÃO

Vamos fazer o esboço do espaço.
Seguindo as dimensões dadas no problema.

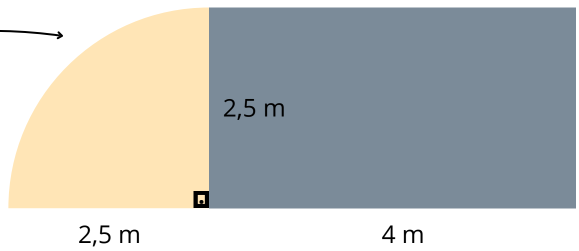
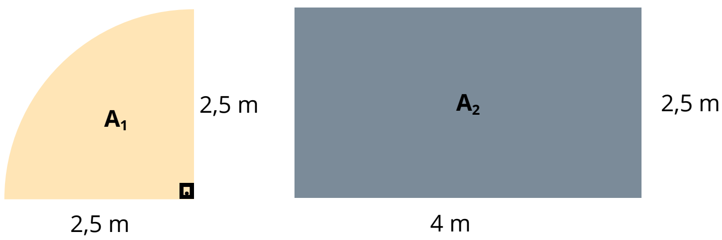


Imagem produzida no Canva

Utilizando a estratégia de decomposição de áreas teremos:

- um setor circular de raio de 2,5 m e 90º.
- um retângulo de lados 4m e 2,5 m.



CÁLCULO DA ÁREA POR DECOMPOSIÇÃO

A_1 = Área do setor circular com ângulo de 90º

$$A_\alpha = \frac{\alpha \cdot \pi r^2}{360}$$

$$A_{90} = \frac{90 \cdot \pi \cdot 2,5^2}{360} = \frac{90 \cdot 3,14 \cdot 6,25}{360} = \frac{1.766,25}{360} \approx 4,91$$

$$A_{90} \approx 4,91 m^2$$

$$A_1 \approx 4,91 m^2$$

$$A_2 = 4 \cdot 2,5 = 10\ m^2$$

$$A_{total} = A_1 + A_2$$

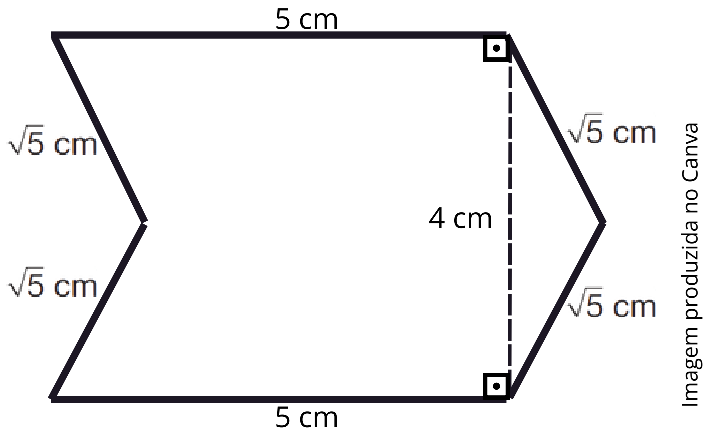
$$A_{total} = 4,91 + 10 = 14,91\ m^2$$

Resposta: Será necessário o total de 14,91 m² de materiais sustentáveis.

EXERCÍCIO 2

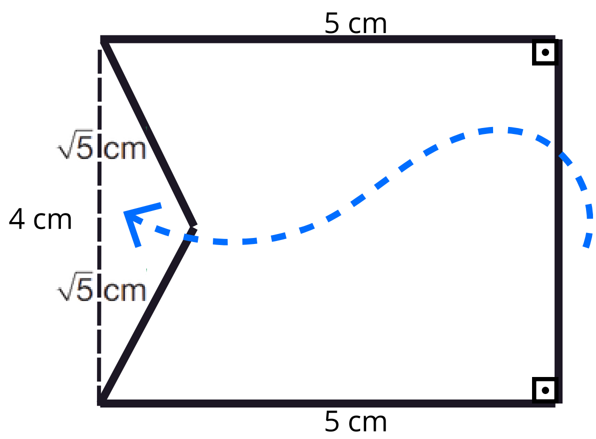
Calcule a área dos polígonos a seguir.

a)



SOLUÇÃO

Para resolver o problema utilizando o método da reconfiguração, vamos reorganizar as partes do polígono para formar uma figura cuja área seja mais fácil de calcular. Seguiremos os seguintes passos:
Vamos reorganizar o polígono para formar um retângulo.

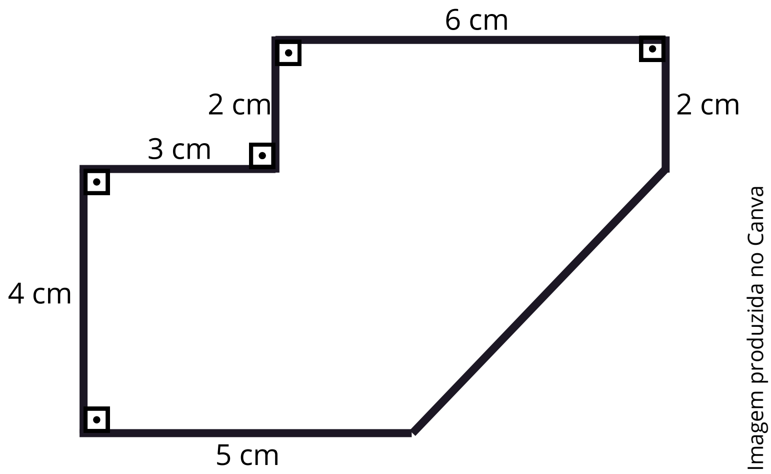


O retângulo formado tem medida da base 5 cm e altura 4 cm. A área é dada por:

$A = b{\cdot}h$
$A = 5\ cm{\cdot}4\ cm$
$A = 20\ cm^2$

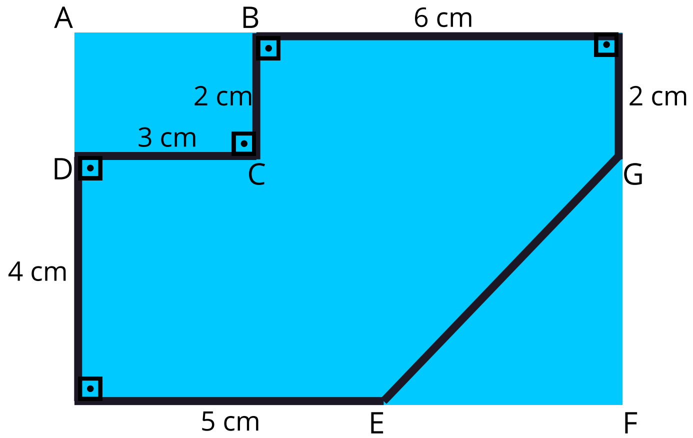
Portanto, a área da figurá é 20 cm².

b)



SOLUÇÃO

Vamos completar a figura para formar um retângulo.



Observe que foi formado um retângulo ABCD e um triângulo EFG.

Calculando a área do retângulo ABCD, temos:

$$A_1 = b \cdot h \Rightarrow A_1 = 3 \cdot 2 \Rightarrow A_1 = 6\ cm^2$$

Calculando a área do triângulo EFG, temos:

$$A_2 = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{(3+6-5)\cdot 4}{2} \Rightarrow A_2 = \frac{16}{2} = 8\ cm^2$$

Podemos, também, calcular a área do maior retângulo formado.

$$A_3 = b \cdot h \Rightarrow A_3 = 9 \cdot 6 \Rightarrow A_3 = 54\ cm^2$$

Para calcular a área da figura original, podemos subtrair da área do retângulo maior as áreas do retângulo ABCD e triângulo EFG.

$$A = A_3 - A_1 - A_2$$

$$A = 54 - 6 - 8 = 40\ cm^2$$

Portanto, a área da figura original é 40 cm².

Material Extra

LIVRO MATEMÁTICA EM CONTEXTOS - GEOMETRIA PLANA E GEOMETRIA ESPACIAL

- Para consolidação dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos as atividades das páginas: 58, 59, 60 e 61.

LIVRO MATEMÁTICA PRISMA - GEOMETRIA

- Para consolidação dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos as atividades das páginas: 17,18, 29 e 30.

ASSISTA AOS VÍDEOS E REALIZE AS ATIVIDADES APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.

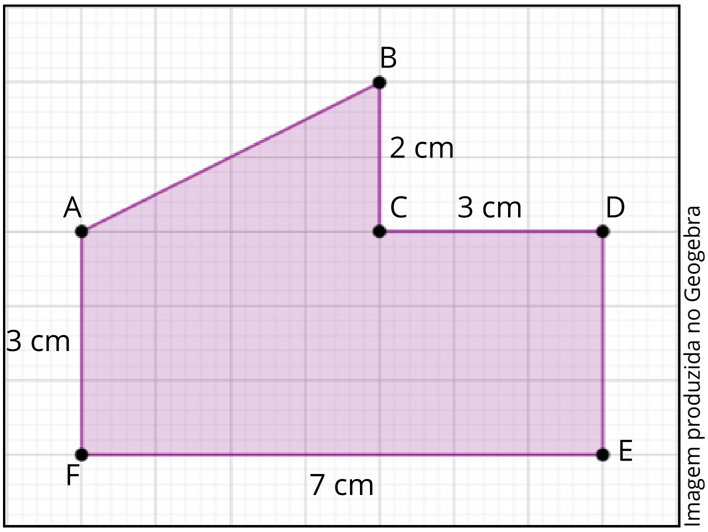
Decomposição de formas para calcular a área: soma

Decomposição de formas para calcular a área: subtração

Atividades

ATIVIDADE 1

A imagem abaixo representa uma planta baixa de varanda na escala de 1:100, ou seja, cada 1 cm na imagem representa 100 cm na realidade (1 metro). O piso dessa varanda será coberto com cerâmicas quadradas de 25 cm de lados.



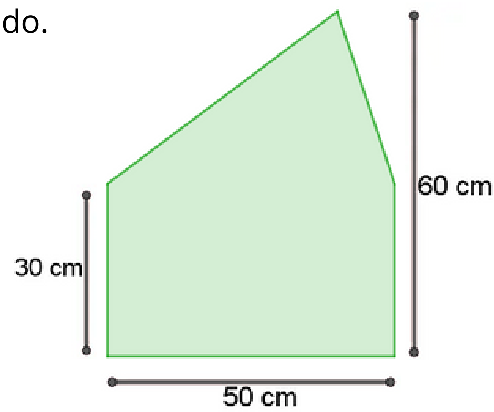
Quantas cerâmicas, no mínimo, serão necessárias para fazer esse serviço?

A) 25 cerâmicas
B) 100 cerâmicas
C) 200 cerâmicas
D) 400 cerâmicas
E) 425 cerâmicas

ATIVIDADE 2

Calcule a medida da área do pentágono na figura ao lado.

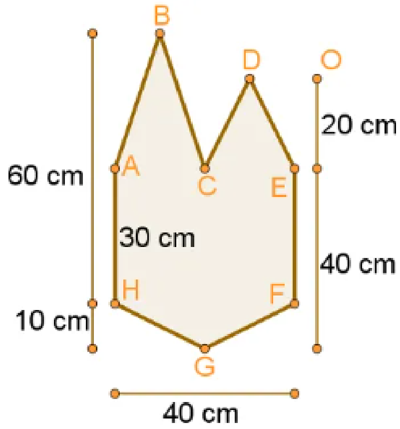
A) 750 cm^2
B) 1 500 cm^2
C) 2 250 cm^2
D) 3 000 cm^2
E) 9 000 cm^2



ATIVIDADE 3

Calcule a área da figura (octógono não regular), sabendo que os pontos A, C e E são retilíneos, que o ponto C é ponto médio do segmento AE e que a reta que os contém é paralela à reta que contém os pontos H e F.

A) 200 cm^2
B) 300 cm^2
C) 1 000 cm^2
D) 1 900 cm^2
E) 2 200 cm^2



Fonte: Mundo Educação

ATIVIDADE 4

A figura mostra um lote de esquina, com quatro lados, e suas respectivas medidas. Qual é área desse lote, em metros quadrados?

A) 112
B) 144
C) 288
D) 294
E) 315

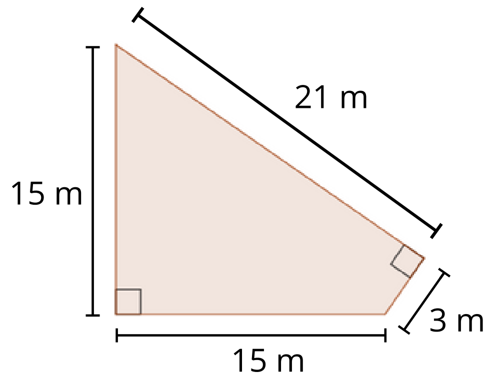


Imagem produzida no Geogebra

ATIVIDADE 5

Na figura, ABCDEF é um hexágono irregular. Os pontos B, D e E são colineares (estão alinhados) assim como os pontos C, D e F.

A reta que passa por B, D e E faz 90° com a reta que passa por C, D e F. Encontre a área desse hexágono, em centímetros quadrados.

A) 20,5
B) 12,0
C) 18,5
D) 29,0
E) 16,0

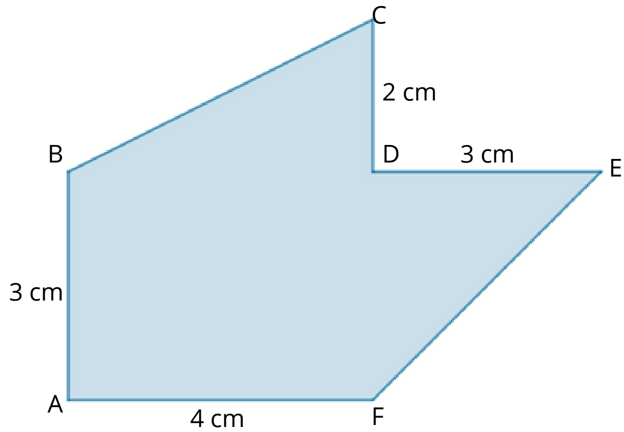


Imagem produzida no Geogebra

ATIVIDADE 6

Um pequeno agricultor possuía em seu sítio um sistema de irrigação composto por 7 pequenos aparelhos que conseguiam irrigar, cada um, uma área circular com 2 metros de raio. Visando expandir seu negócio, esse agricultor pretende substituir todos os 7 pequenos aparelhos por um único e maior, que conseguirá irrigar toda a área que era antes irrigada e ainda atingir algumas áreas a mais que estão sombreadas na figura a seguir.

Utilizando $\pi = 3,1$, calcule a área que o irrigador maior conseguirá atingir a mais que os irrigadores anteriores.

A) 18,6 m².
B) 20,4 m².
C) 24,8 m².
D) 28,0 m².
E) 30,2 m².

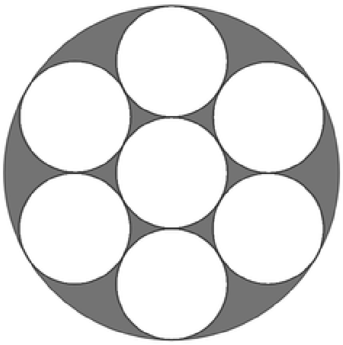
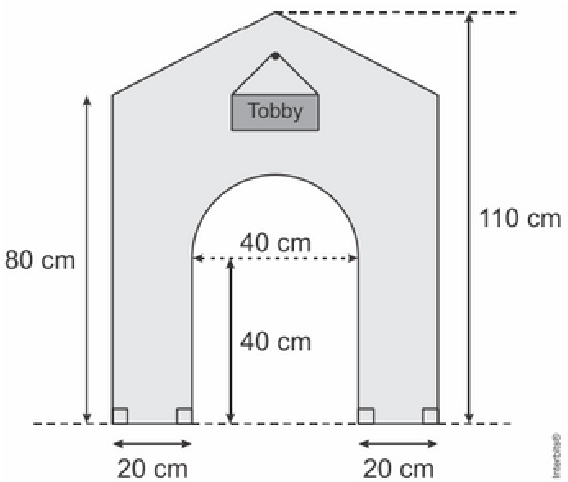


Imagem produzida no Geogebra

ATIVIDADE 7

(IFPE 2017 - adaptada) Os alunos da 1ª série adotaram um cachorro que sempre passeava próximo à escola. A figura abaixo representa a vista frontal da casa que estão construindo para esse cachorro.



Sabendo que a casa vai ser toda construída de madeira, qual é área da superfície de madeira na parede frontal da casa, de acordo com a figura acima? (Use π = 3,14).

A) 4744 cm².
B) 5372 cm².
C) 6000 cm².
D) 6972 cm².
E) 7600 cm².

ATIVIDADE 8

Qual a área da figura a seguir, sabendo que a parte curva é um semicírculo? (Considere π = 3).

A) 252 cm²
B) 198 cm²
C) 144 cm²
D) 108 cm²
E) 54 cm²

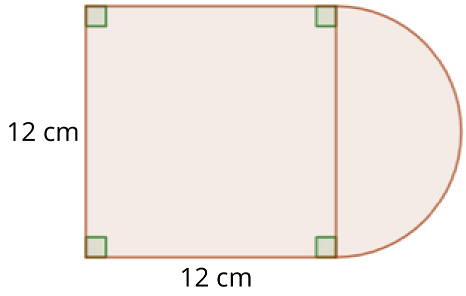
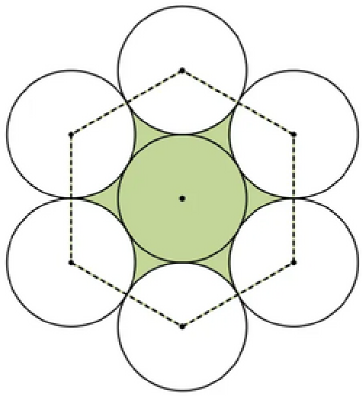


Imagem produzida no Geogebra

ATIVIDADE 9

A figura é formada por 7 círculos idênticos de raios medindo 1,0 metro. Observe que os seis centros dos círculos de fora são vértices de um hexágono regular de lados medindo 2,0 metros. Qual é a área da região pintada, em metros quadrados?

A) $2\pi - 6\sqrt{3}$
B) $2\pi + 6\sqrt{3}$
C) $6\sqrt{3} - 2\pi$
D) $6\sqrt{3} + 2\pi$
E) $12\pi\sqrt{3}$


Fonte: Mundo Educação

ATIVIDADE 10

Na figura abaixo, ABCD e EFGC são quadrados de áreas 49 cm² e 36 cm², respectivamente. Qual é a área da região cinza?

A) 85,0 cm²
B) 42,5 cm²
C) 21,0 cm²
D) 13,5 cm²
E) 6,0 cm²

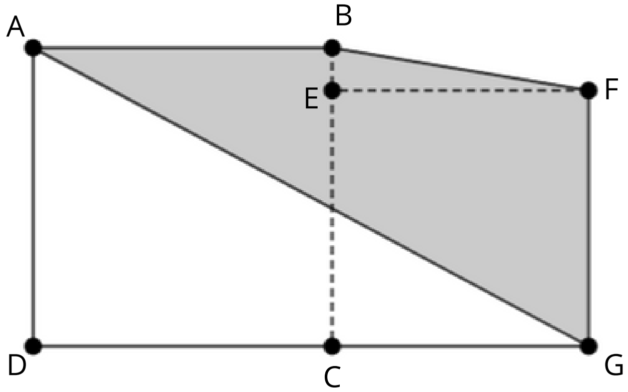


Imagem produzida no Geogebra

Referências

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 3. São Paulo: Ática, 2020

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – geometria . São Paulo: FTD, 2020.

ACADEMIA KHAN ACADEMY.Problemas sobre área da superfície. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/recomposicao-da-aprendizagem-3-serie-parana/x2fdf8b118084f869:1-trimestre-semana-6-a-9/x2fdf8b118084f869:untitled-84. Acesso em: 23 abr. 2025.

ACADEMIA KHAN ACADEMY. Revisão sobre área da superfície. Disponível em:https://pt.khanacademy.org/math/basic-geo/x7fa91416:circles-cylinders-cones-and-spheres/x7fa91416:area-and-circumference-of-fractions-of-circles/e/area-and-circumference-of-parts-of-circles . Acesso em: 23 abr. 2025.