



**GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO**
Secretaria da Educação

Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

3ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

TABELAS E GRÁFICOS DE FREQUÊNCIA

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRIPTOR(ES) DO PAEBES
EM13MAT406 Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que interrelacionem estatística, geometria e álgebra.	• Construir e interpretar tabelas de frequências a partir de dados apresentados. • Construir e interpretar gráficos de frequências a partir de dados apresentados.	D064_M Utilizar informações apresentadas em tabelas ou gráficos na resolução de problemas.

Contextualização

Na última semana estudamos a importância e como são calculados alguns dos principais indicadores socioeconômicos do mundo, com um destaque especial para o IDH.

Uma variação do IDH é o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM):

O Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) é uma medida composta de indicadores de três dimensões do desenvolvimento humano: longevidade, educação e renda. O índice varia de 0 a 1. Quanto mais próximo de 1, maior o desenvolvimento humano.

O IDHM brasileiro segue as mesmas três dimensões do IDH Global - longevidade, educação e renda, mas vai além: adequa a metodologia global ao contexto brasileiro e à disponibilidade de indicadores nacionais. Embora meçam os mesmos fenômenos, os indicadores levados em conta no IDHM são mais adequados para avaliar o desenvolvimento dos municípios brasileiros. Assim, o IDHM - incluindo seus três componentes, IDHM Longevidade, IDHM Educação e IDHM Renda - conta um pouco da história dos municípios em três importantes dimensões do desenvolvimento humano durante duas décadas da história brasileira.

Disponível em: <https://www.undp.org/pt/brazil/o-que-e-o-idhm>. Acesso em 23 de novembro de 2024.

O cálculo do IDHM é feito da mesma forma que o IDH.

A questão que devemos levantar nessa quinzena que se inicia é: como podemos organizar e sumarizar os dados do IDH, IDHM ou qualquer outro tipo de dado de nosso interesse?

Essa questão é de extrema importância em estatística visto que vivemos em uma era onde o volume de dados disponíveis é enorme e cada dia aumenta. Dados são coletados diariamente pelo aplicativo de música do seu smartphone, pelo *feed* da sua rede social favorita, pelas câmeras de vigilância do trânsito, pelas imagens de satélites e até mesmo pela chamada que é feita em sala de aula.

As semanas que seguem buscam trazer ferramentas para transformar esse enorme volume de dados em informações simples e fáceis de serem interpretadas.

Bons estudos!

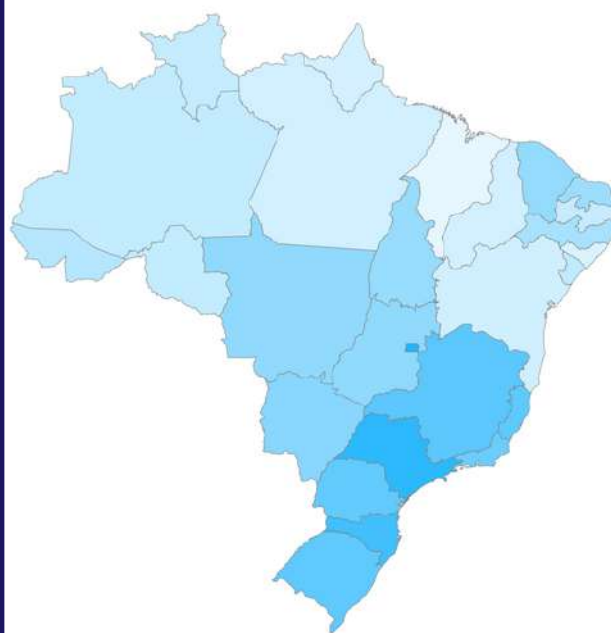
Conceitos e Conteúdos

EXEMPLO INICIAL

O quadro e os gráficos a seguir foram adaptados do Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD) e trazem o resultado do IDHM por estado do Brasil mais o Distrito Federal, juntamente com sua classificação, do ano de 2021:

Unidade da Federação	IDHM	Classificação
Distrito Federal	0.814	Muito alto
São Paulo	0.806	Muito alto
Santa Catarina	0.792	Alto
Minas Gerais	0.774	Alto
Rio Grande do Sul	0.771	Alto
Espírito Santo	0.771	Alto
Paraná	0.769	Alto
Rio de Janeiro	0.762	Alto
Mato Grosso do Sul	0.742	Alto
Goiás	0.737	Alto
Mato Grosso	0.736	Alto
Ceará	0.734	Alto
Tocantins	0.731	Alto
Rio Grande do Norte	0.728	Alto
Pernambuco	0.719	Alto
Acre	0.71	Alto
Sergipe	0.702	Alto
Rondônia	0.7	Alto
Amazonas	0.7	Alto
Roraima	0.699	Médio
Paraíba	0.698	Médio
Bahia	0.691	Médio
Pará	0.69	Médio
Piauí	0.69	Médio
Amapá	0.688	Médio
Alagoas	0.684	Médio
Maranhão	0.676	Médio

IDHM por Unidade da Federação



Classificação do IDHM por Unidade da Federação



Podemos aglomerar as unidades da federação de acordo com a classificação do IDHM, obtendo o seguinte resultado:

- **IDHM Muito Alto:** Distrito Federal e São Paulo
- **IDHM Alto:** Santa Catarina, Minas Gerais, Rio Grande do Sul, Espírito Santo, Paraná, Rio de Janeiro, Mato Grosso do Sul, Goiás, Mato Grosso, Ceará, Tocantins, Rio Grande do Norte, Pernambuco, Acre, Sergipe, Rondônia, Amazonas
- **IDHM Médio:** Roraima, Paraíba, Bahia, Pará, Piauí, Amapá, Alagoas, Maranhão.

Ainda assim a informação está muito ampla, precisamos de uma forma de sintetizá-la melhor, então podemos considerar o número de estados em cada faixa da classificação do IDHM:

- **IDHM Muito Alto:** 2
- **IDHM Alto:** 17
- **IDHM Médio:** 8

O número de estados em cada faixa da classificação do IDHM é o que, em estatística, chamamos de **frequência absoluta**.

Podemos pensar em comparar cada faixa do IDHM em relação ao total, para isso basta calcular a razão entre a frequência absoluta da faixa pelo total de unidades da federação que temos, 27 no caso do Brasil, a esse número damos o nome de **frequência relativa**.

Se fizermos essa comparação em relação ao total obteremos:

- **IDHM Muito Alto:** $\frac{2}{27} \cong 0,07$
- **IDHM Alto:** $\frac{17}{27} \cong 0,63$
- **IDHM Médio:** $\frac{8}{27} \cong 0,30$

Podemos, ainda, organizar essas informações em uma tabela, chamada de tabela de frequências:

Classificação do IDHM	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Muito alto	2	0,07
Alto	17	0,63
Médio	8	0,30
TOTAL	27	1

Observe que a **soma das frequências relativas sempre resulta em 1**.

FORMALIZANDO OS CONCEITOS

Frequência absoluta: número de vezes que ocorre cada um dos valores da variável em estudo (ou realizações), indicamos por $F_i = n_i$.

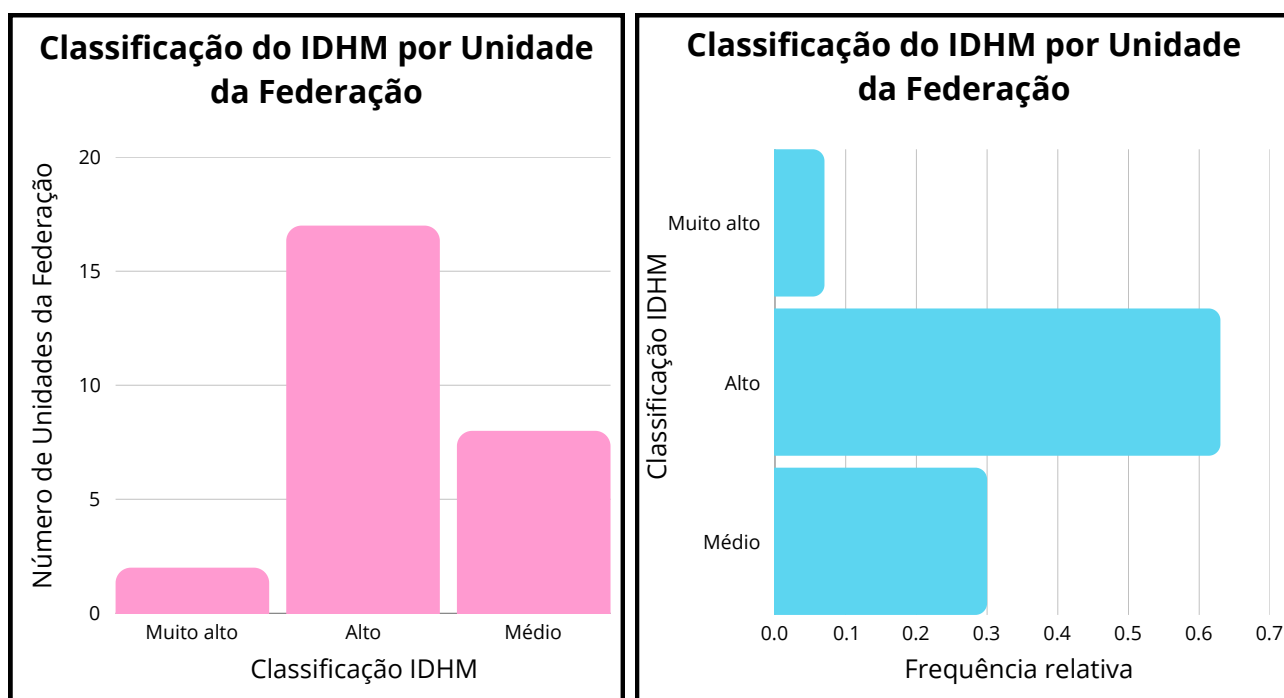
Frequência relativa: razão entre a frequência absoluta e o número total de dados:

$f_i = \frac{n_i}{n}$. A essa forma de apresentação damos o nome forma decimal.

Como $0 \leq f_i \leq 1$ é comum encontrar a frequência relativa dada em porcentagem, para isso, basta multiplicar a f_i por 100. A essa forma de apresentação damos o nome de forma percentual.

GRÁFICOS DE FREQUÊNCIAS

Para representar a frequência absoluta e a frequência relativa de forma gráfica utilizamos, em geral, o gráfico de barras (ou gráfico de colunas). Vamos construir o gráfico de frequências dos nossos dados de IDHM a partir da nossa tabela de frequências acima:

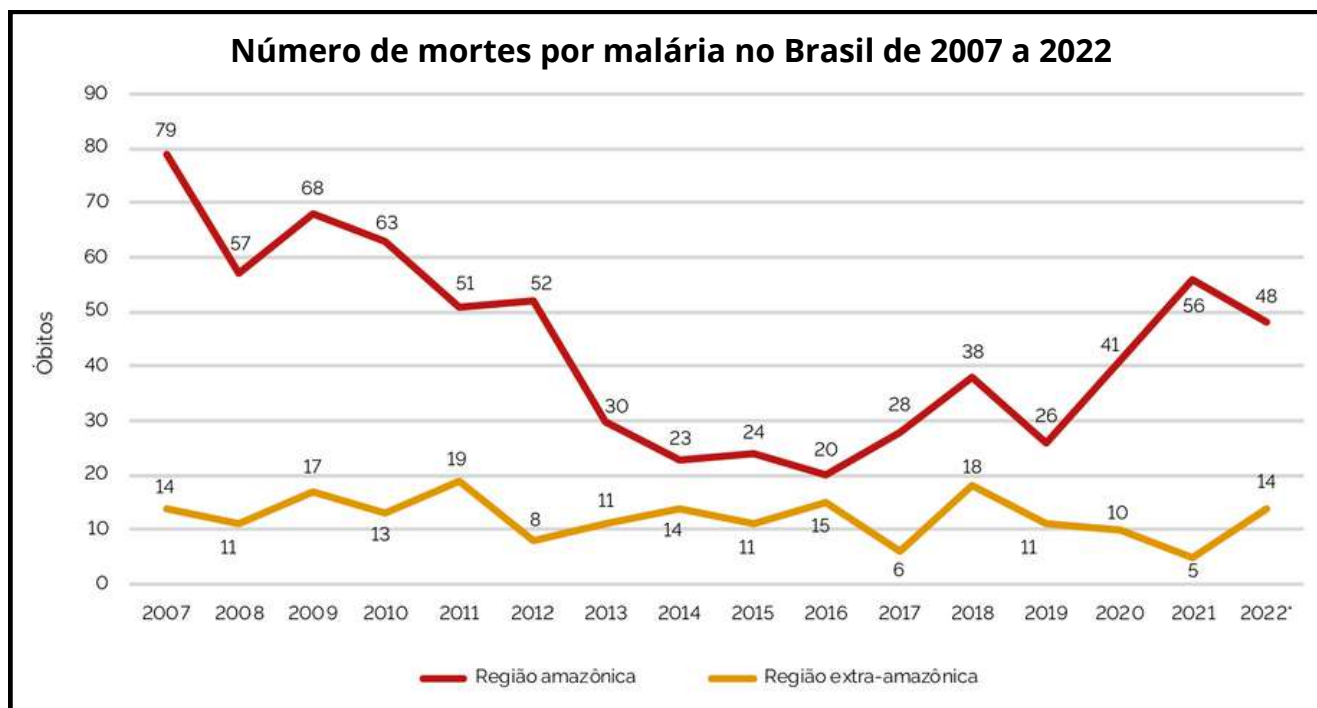


Para representar as frequências absoluta ou relativa uma outra possibilidade é o gráfico de setores. No entanto esse tipo de gráfico demanda de alguns cuidados, listamos alguns casos em que o gráfico de setores pode não ser o mais adequado:

- A variável possui muitas categorias;
- Existem frequências muito baixas ou muito próximas umas das outras;
- A variável for temporal (medida em dia, mês, ano etc.);

Caso a variável seja temporal o gráfico mais adequado é o gráfico de linha, no entanto, gráficos de barras e colunas não prejudicam a visualização.

É possível também fazer o caminho inverso, dado um gráfico de frequências é possível determinar a tabela de frequências, vejamos um exemplo a seguir. O gráfico abaixo apresenta o número de óbitos por malária na região amazônica e extra-amazônica de 2007 a 2022:



Disponível em: www.gov.br/saude/pt-br/centrais-de-conteudo/publicacoes/boletins/epidemiologicos/edicoes/2024/boletim-epidemiologico-volume-55-no-01/. Acesso em 23 de Novembro de 2024.

Considerando o período de 2018 a 2022, podemos construir a tabela de frequências abaixo:

Ano	Região amazônica		Região extra-amazônica	
	Frequência absoluta	Frequência relativa (forma percentual)	Frequência absoluta	Frequência relativa (forma percentual)
2018	38	18%	18	31%
2019	26	12%	11	19%
2020	41	20%	10	17%
2021	56	27%	5	9%
2022	48	23%	14	24%
Total	209	100	58	100

Mas, como as frequências relativas foram obtidas?

Considere o ano de 2018 na região amazônica, temos, a partir do gráfico, que a frequência absoluta é igual a 38. Considerando os anos de 2018 a 2022 observamos um total de 209 óbitos por malária na região amazônica, portanto

$$\text{frequência relativa de 2018} = \frac{38}{209} \approx 0,18.$$

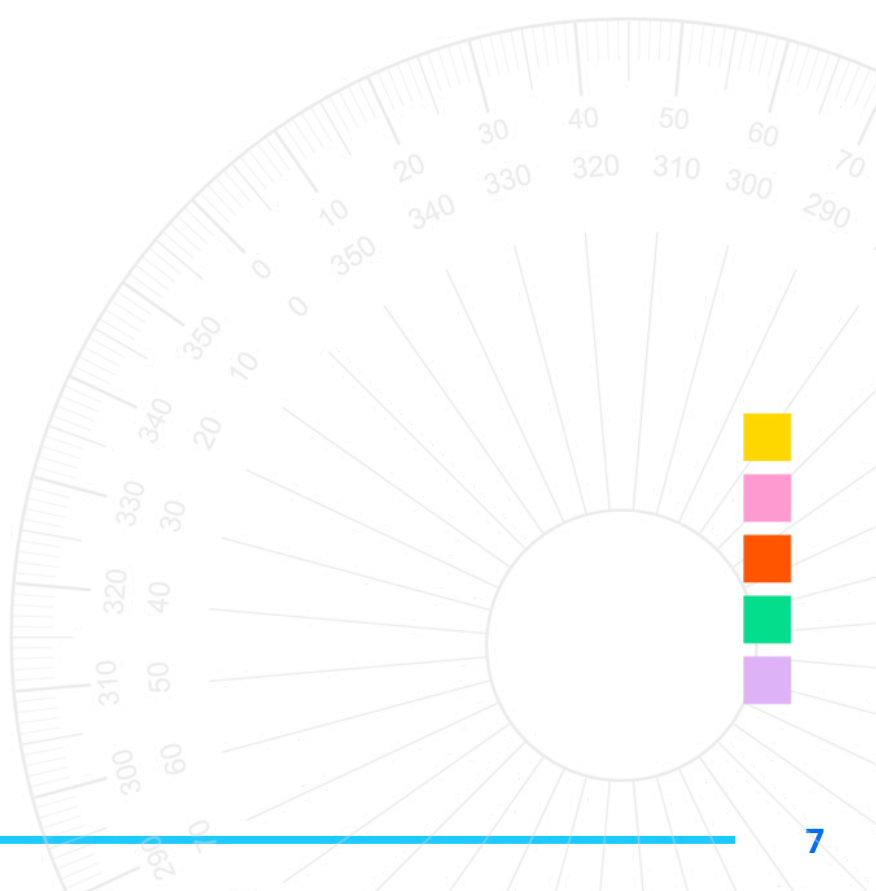
Para obter este valor em porcentagem basta que multipliquemos ele por 100, assim

$$\text{frequência relativa de 2018} \approx 0,18 \cdot 100 = 18\%.$$

Que tal fazer os cálculos de algumas das demais frequências relativas da tabela e verificar como elas foram obtidas?

Até agora, vimos como montar as tabelas de frequência para variáveis medidas de forma discreta ou qualitativa (como a classificação do IDHM, o ano de referência e o artista mais escutado em cada estado). No entanto, nem todas as variáveis de interesse possuem essa natureza. Um exemplo disso é o próprio IDHM, a altura dos estudantes da sua sala, a nota obtida no ENEM, entre outras. Nesse caso, as variáveis assumem valores reais, e não apenas inteiros ou nomes, e isso tem uma consequência: os valores quase nunca se repetem!

Isso dificulta a montagem das tabelas de frequências do modo como vimos aqui. Por isso, precisamos de uma nova ferramenta e ela será vista na próxima semana.



Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1. (Iezzi, Hazzan, Degenszajn, 2013) Em uma pesquisa socioeconômica sobre itens de conforto, perguntou-se a cada um dos 800 entrevistados: Quantos aparelhos de TV há em sua casa? Os resultados aparecem na tabela abaixo.

Nº de aparelhos	Frequência absoluta	Frequência relativa	
		Forma decimal	Forma percentual
0	20		
1			
2		0,6	
3			7,5
4	30		

a) Complete a tabela.

b) Suponha que levantamentos posteriores mostraram que os resultados dessa amostra representam, em termos da frequência relativa, a distribuição do número de aparelhos de TV de toda a população. No universo de 680 000 domicílios, qual o número daqueles em que há exatamente 1 aparelho?

SOLUÇÃO.

a) Os primeiros valores a serem preenchido são os referentes à porcentagem na linha de 2 aparelhos, multiplicando a frequência relativa por 100, e frequência relativa na linha de 3 aparelhos, dividindo a porcentagem por 100:

Nº de aparelhos	Frequência absoluta	Frequência relativa	
		Forma decimal	Forma percentual
0	20		
1	210		
2	480	0,6	60
3	60	0,075	7,5
4	30		

Para obtermos a frequência absoluta, vamos recordar como foi definida a frequência relativa e fazer algumas manipulações:

$$f_i = \frac{n_i}{n} \Rightarrow n_i = f_i \cdot n.$$

onde f_i é a frequência relativa, n_i é a frequência absoluta e $n = 800$.

Portanto, para obtermos a frequência absoluta basta multiplicar o total de elementos pela frequência relativa. Assim, obtemos:

$$f_2 = 800 \cdot 0,6 = 480; f_3 = 800 \cdot 0,075 = 60.$$

Como o número de entrevistados é 800, temos que

$$n_3 = 800 - (20 + 480 + 60 + 30) = 210.$$

Com o valor da frequência absoluta, podemos determinar as frequências relativas e porcentagens faltantes:

$$f_0 = \frac{20}{800} = 0,025 \rightarrow 2,5\%$$

$$f_1 = \frac{210}{800} = 0,2625 \rightarrow 26,25\%$$

$$f_4 = \frac{30}{800} = 0,0375 \rightarrow 3,75\%$$

Assim, temos a tabela completa:

Nº de aparelhos	Frequência absoluta	Frequência relativa	
		Forma decimal	Forma percentual
0	20	0,025	2,5
1	210	0,2625	26,25
2	480	0,6	60
3	60	0,075	7,5
4	30	0,0375	3,75

b) Podemos pensar aqui na frequência relativa como porcentagem, daí o percentual de domicílio que possui 1 aparelho de TV é igual a 26,25%. Se nosso universo possui 680 000 domicílios, devemos determinar:

$$26,25\% \text{ de } 680000 = 0,2625 \cdot 680000 = 178500.$$

Portanto, 178 500 domicílios possuem apenas 1 aparelho de TV.

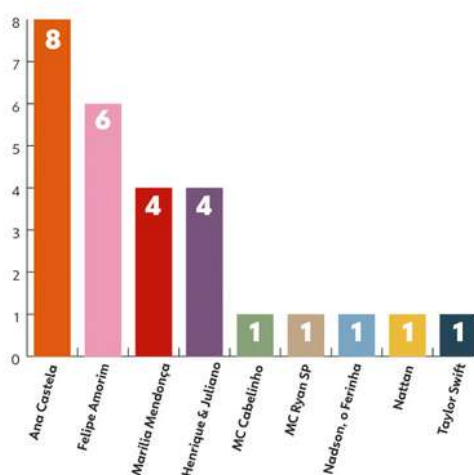
EXERCÍCIO 2. Anualmente a plataforma spotify libera uma lista dos artistas mais escutados, segundo informações do G1 e da plataforma em 2023 os artistas mais escutados em cada estado do Brasil foi:

Os mais ouvidos do Brasil em 2023

Veja quais foram os artistas mais escutados em cada estado



Total de estados em que cada artista foi o mais ouvido:



g1 Infográfico elaborado em: 09/12/2023
Fonte: g1

A partir das informações acima, construa uma tabela com as frequências.

SOLUÇÃO:

Inicialmente devemos notar que nossa variável é o artista e a frequência absoluta é o número de estados em que um determinado artista foi o mais escutado no ano de 2023. Dessa forma, temos uma primeira versão da nossa tabela de frequências:



Artista	Frequência absoluta	Frequência relativa
Ana Castela	8	
Felipe Amorim	6	
Marília Mendonça	4	
Henrique & juliano	4	
MC Cabelinho	1	
MC Ryan SP	1	
Nadson, o Ferinha	1	
Nattan	1	
Taylor Swift	1	
TOTAL	27	

Para obter a frequência relativa devemos determinar a razão entre a frequência absoluta e o total (27). Veja abaixo o cálculo completo para os artistas Ana Castela e Felipe Amorim:

$$f_{Ana\ Castela} = \frac{8}{27} = 0,296$$

$$f_{Felipe\ Amorim} = \frac{6}{27} = 0,222$$

Seguindo o processo dessa forma, obtemos a seguinte tabela:

Artista	Frequência absoluta	Frequência relativa
Ana Castela	8	0,296
Felipe Amorim	6	0,222
Marília Mendonça	4	0,148
Henrique & juliano	4	0,148
MC Cabelinho	1	0,037
MC Ryan SP	1	0,037
Nadson, o Ferinha	1	0,037
Nattan	1	0,037
Taylor Swift	1	0,037
TOTAL	27	1



Professor(a), neste exercício resolvido optamos por trabalhar apenas com a frequência relativa em sua forma decimal, se julgar importante/interessante discuta, também, a frequência relativa em sua forma percentual.



Material Extra

LIVRO DIDÁTICO



Prezado(a) professor(a), os conceitos apresentados neste material estruturado podem ser trabalhados usando os seguintes livros didáticos:

1. **Volume 6 – Coleção Prisma Matemática (Editora FTD):**

- p. 15-24

2. **Volume 6 – Coleção Matemática em Contextos (Editora Ática):**

- p. 17-42

SITE



IBGE Educa: Principais tipos de gráficos para a educação básica
https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20773-tipos-de-graficos-no-ensino.html#texto--single__section--1

O site do IBGE aborda de forma objetiva e clara elementos sobre a construção e interpretação de diversos tipos de gráficos.



ARREDONDAMENTO

Na seção “Gráficos de Frequências”, no exemplo do gráfico do número de mortes por malária no Brasil, optamos aqui por fazer um arredondamento na 2ª casa decimal para simplificar a apresentação dos resultados.

O material da 2ª série, desta mesma semana, pode ser consultado para mais detalhes.

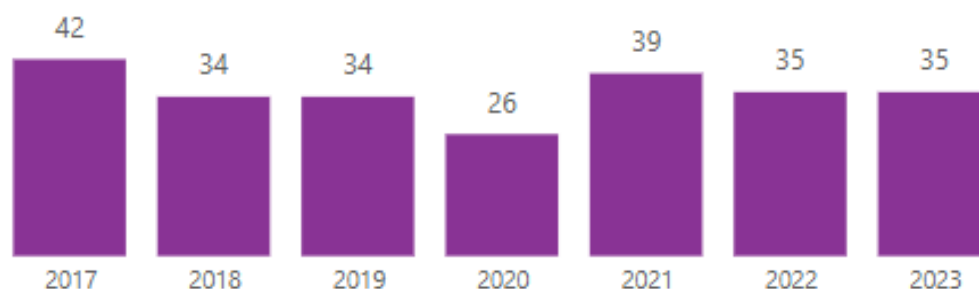
Atividades

ATIVIDADE 1

Um estudante estava coletando dados na internet sobre os números de casos de feminicídios no Espírito Santo. Ao acessar o site da Secretaria da Segurança Pública e Defesa Social (SESP/ES), ele encontrou um gráfico com a série histórica com o número de feminicídios ocorridos no estado entre 2017 e 2023. Veja a seguir:

Feminicídios

Série Histórica



Fonte: <https://sesp.es.gov.br/painel-de-violencia-mulher>

Tendo como base o gráfico apresentado, preencha, na tabela a seguir, os dados referentes as frequências absoluta e relativa dos casos de feminicídio.

Série Histórica (2017-2023): Casos de Feminicídio

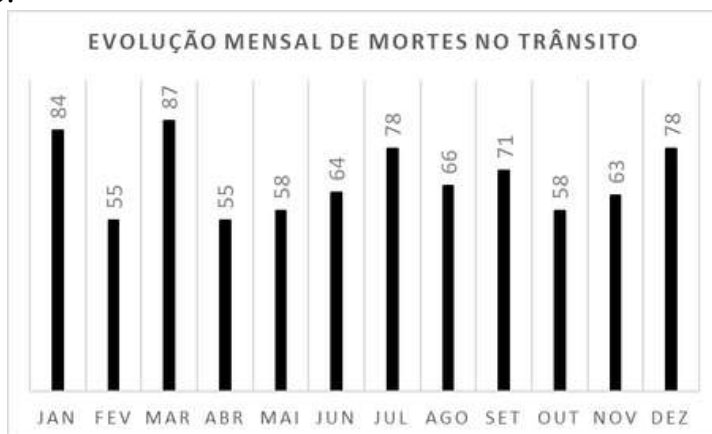
Ano	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	
		Forma decimal	Forma percentual
2017			
2018			
2019			
2020			
2021			
2022			
2023			
TOTAL			

Atenção:

Utilize apenas 3 casas decimais para a frequência relativa.

ATIVIDADE 2

O gráfico a seguir destaca o quantitativo de vítimas fatais ocorridas por acidentes de trânsito em 2023, segundo dados do Observatório de Trânsito do Espírito Santo, em todo o estado.



Fonte: <https://analytics-detran.vert.com.br/ObservatorioTransito>

Atenção:

Esta é uma questão em que a utilização da calculadora poderá ser importante, se optar por utilizar uma quantidade maior de casas decimais.

A partir deste gráfico construa uma tabela de frequências absoluta e relativa (decimal e percentual) observando os meses de janeiro a dezembro.

ATIVIDADE 3

A transição energética global representa um desafio no sentido de propiciar desenvolvimento econômico e social a partir de menores emissões de carbono e com maior participação das fontes limpas e renováveis. Ao atingir a marca de 200 gigawatts (GW) de potência centralizada (março de 2024), o Brasil prova seu protagonismo e está sintonizado com a transição energética.

Disponível em: <https://www.gov.br/aneel/pt-br/assuntos/noticias/2024/matriz-eletrica-brasileira-alcanca-200-gw>

Acesso em: 29 nov. 2024.

A tabela a seguir representa as fontes que compõe a matriz elétrica brasileira utilizadas para se alcançar tal marca. Observe que estão faltando algumas informações. A partir dos dados apresentados, preencha as informações que estão faltando para completar essa tabela.

MATRIZ ELÉTRICA BRASILEIRA			
Fonte	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	
		Forma decimal	Forma percentual
Hídrica	110		
Eólica		0,15	
Biomassa	16	0,08	8
Gás Natural			9
Petróleo	16		
Carvão Mineral	4	0,02	2
Nuclear		0,01	
Outros			
TOTAL	200	1	100

ATIVIDADE 4

De acordo com os dados do Censo 2022, residem 1 693 535 indígenas no Brasil, o que corresponde a 0,83% do total de habitantes do país. A tabela abaixo identifica a quantidade de indígenas nas cinco regiões brasileiras.

População Indígena por região (2022)	
Região	Quantidade
Norte	753 357
Nordeste	528 800
Centro-Oeste	199 912
Sudeste	123 369
Sul	88 097
Total	1 693 535

Fonte: <https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/22326-indigenas-2.html>

A partir das informações contidas nessa tabela, construa um gráfico de colunas que ilustre essa situação.

ATIVIDADE 5

O time de basquete de uma escola pública estadual do Espírito Santo conta com 25 jovens com idade entre 15 e 17 anos. As alturas, em metros, desses atletas são dadas a seguir:

1,95 – 1,82 – 1,77 – 1,74 – 1,81
 1,69 – 1,71 – 1,84 – 1,76 – 1,70
 1,92 – 1,90 – 1,65 – 1,78 – 1,78
 1,73 – 1,88 – 1,92 – 1,98 – 1,76
 1,58 – 1,69 – 1,67 – 1,74 – 1,78

Para um treino específico, o professor agrupou tais atletas em três categorias de altura: alto (acima de 1,80), mediano (de 1,70 a 1,80), baixo (abaixo de 1,70).

Preencha a tabela a seguir e construa um gráfico de colunas para representá-la.

Atletas por categoria	
Categoria	Quantidade de atletas
Alto	
Mediano	
Baixo	
Total	



ATIVIDADE 6

Segundo o portal de Imigração do Ministério da Justiça, foram emitidos 94 525 vistos de entradas no país. A tabela a seguir identifica o quantitativo de vistos concedidos (por sexo) em relação aos principais países de localização do posto consular (representação do Governo brasileiro perante as autoridades locais e a comunidade brasileira nela residente).

Principais países de localização do posto consular (2022)

País	Homens	Mulheres	Total
Angola	5 637	4 981	10 618
Estados Unidos	6 511	2 394	8 905
China	4 184	1 666	5 850
Índia	4 558	1 057	5 615
Irã	3 225	2 011	5 236
Cuba	1 653	2 072	3 725
Haiti	1 669	1 546	3 215
França	1 583	1 246	2 829
Moçambique	1 211	997	2 208
Paquistão	1 409	665	2 104
Outros	30 673	13 547	44 220
Total	62 313	32 212	94 525

Fonte:

https://portaldeimigracao.mj.gov.br/images/Obmigra_2020/OBMIGRA_2023/Dados_Consolidados/dados_consolidados_2022_-_v_19_06.pdf

A partir desses dados é correto afirmar que:

- A) A quantidade de vistos concedidos ao total de cubanos é inferior a quantidade concedidas a homens iranianos.
- B) O número de vistos concedidos às mulheres angolanas é superior ao total de vistos concedidos a cidadãos cubanos.
- C) O número de vistos concedidos aos homens haitianos é igual ao número concedidos às mulheres haitianas.
- D) O total de vistos concedidos às mulheres de outros países é inferior ao total de vistos concedidos aos cidadãos angolanos.
- E) Metade dos vistos concedidos aos homens foram emitidos em outros países.



ATIVIDADE 7

(ENEM 2012) Uma pesquisa realizada por estudantes da Faculdade de Estatística mostra, em horas por dia, como os jovens entre 12 e 18 anos gastam seu tempo, tanto durante a semana (de segunda-feira a sexta-feira), como no fim de semana (sábado e domingo). A tabela seguinte ilustra os resultados da pesquisa.

Rotina Juvenil	Durante a semana	No fim de semana
Assistir à televisão	3	3
Atividades domésticas	1	1
Atividades escolares	5	1
Atividades de lazer	2	4
Descanso, higiene e alimentação	10	12
Outras atividades	3	3

De acordo com esta pesquisa, quantas horas de seu tempo gasta um jovem entre 12 e 18 anos, na semana inteira (de segunda-feira a domingo), nas atividades escolares?

- A) 20.
- B) 21.
- C) 24.
- D) 25.
- E) 27.

ATIVIDADE 8

A tabela abaixo apresenta as Terras Indígenas com maior quantidade absoluta de pessoas indígenas no Brasil.

Terras Indígenas com maior quantidade absoluta de pessoas indígenas, no Brasil

Município	População residente	Pessoas indígenas
Yanomami	27 202	27 152
Raposa Serra do Sol	26 378	26 176
Évare I	21 210	20 177
Alto Rio Negro	18 171	18 042
Andirá-Marau	14 455	14 307
Dourados	13 673	13 473
Potiguara	11 698	10 960
Cana Brava/Guajajara	10 824	10 662
São Marcos (RR)	18 210	10 328
Araribóia	10 318	10 158

Fonte: <https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/22326-indigenas-2.html>.

Com base nessas informações é correto afirmar que:

- A) No município de Évare I residem 5 999 indígenas a mais do que em Raposa Serra do Sol.
- B) A diferença de indígenas e não indígenas residentes em Potiguara é de 838 pessoas.
- C) No município de Andirá-Marau, residem 148 pessoas não indígenas.
- D) A população residente no município Yanomami é exatamente o dobro da população residente em Dourados.
- E) O total de pessoas indígenas nessas terras é de 172 139.

ATIVIDADE 9

Nas Olimpíadas de Paris (2024), o Brasil alcançou a 20ª posição no quadro de medalhas, totalizando 20 conquistas (ouro, prata e bronze), conforme pode-se observar na imagem a seguir:

Ordem		O	P	B	
20	 Brasil	3	7	10	20

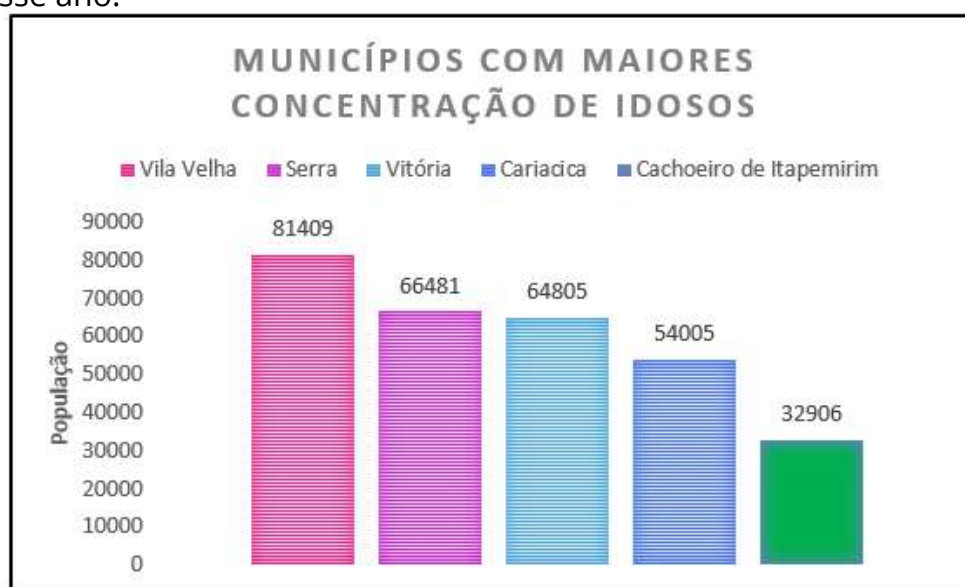
Fonte: <https://olympics.com/pt/paris-2024/medalhas>

Observando somente o feito alcançado pelo Brasil, as frequências relativas (forma decimal) das medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas são, respectivamente:

- A) 0,015 - 0,035 - 0,050.
- B) 0,03 - 0,07 - 0,10.
- C) 0,06 - 0,2 - 0,2.
- D) 0,15 - 0,35 - 0,5.
- E) 0,3 - 0,7 - 0,10.

ATIVIDADE 10

Dados do Observatório Nacional de Direitos Humanos (ObservaDH) indicou que no ano de 2022, o estado do Espírito Santo concentrou 631 398 pessoas idosas. O gráfico a seguir representa os cinco municípios capixabas com a maior população de idosos nesse ano.



Fonte: <https://experience.arcgis.com/experience/54febd2948d54d68a1a462581f89d920/page/Pessoas-Idosas/>

Para representar os outros municípios, além da mudança do título do gráfico, poderia ser criado uma sexta coluna para representá-los de forma agrupada, onde sua frequência absoluta seria de:

- A) 331 792.
- B) 332 052.
- C) 332 752.
- D) 333 052.
- E) 333 792.

Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática : estatística, combinatória e probabilidade**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

FAU USP. **Gráfico de Setores**. Disponível em: <http://infovisparasaude.fau.usp.br/ds-sage/graficos/relacionais/setores.php>. Acesso em 24 de novembro de 2024.

G1. **De Taylor Swift a Ana Castela: os artistas mais ouvidos no Spotify em cada estado do Brasil em 2023**. Disponível em: <https://g1.globo.com/pop-arte/musica/noticia/2023/12/11/de-taylor-swift-a-ana-castela-os-artistas-mais-ouvidos-no-spotify-em-cada-estado-do-brasil-em-2023.ghtml#saopaulo>. Acesso em 23 de novembro de 2024.

IEZZI, G.; HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. M. **Fundamentos de matemática elementar: matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

MINISTÉRIO DA SAÚDE. **Boletim epidemiológico: Dia da Malária nas Américas – um panorama da malária no Brasil em 2022 e no primeiro semestre de 2023**. Disponível em: <https://www.gov.br/saude/pt-br/centrais-de-conteudo/publicacoes/boletins/epidemiologicos/edicoes/2024/boletim-epidemiologico-volume-55-no-01/>. Acesso em 24 de novembro de 2024.

Referências

ATIVIDADES

BRASIL. Ministério de Minas e Energia. **Matriz elétrica brasileira alcança 200 GW.** Brasília: Agência Nacional de Energia Elétrica, 2024. Disponível em: <https://www.gov.br/aneel/pt-br/assuntos/noticias/2024/matriz-eletrica-brasileira-alcanca-200-gw>. Acesso em: 29 nov. 2024.

BRASIL. Ministério dos Direitos Humanos e da Cidadania. **ObservaDH: Pessoas Idosas.** Brasília: ObservaDH, 2024. Disponível em: <https://experience.arcgis.com/experience/54febd2948d54d68a1a462581f89d920/page/Pessoas-Idosas/>. Acesso em: 29 nov. 2024.

CAVALCANTI, Leonardo; OLIVEIRA, Tadeu de; LEMOS, Sarah F. **Dados Consolidados da Imigração no Brasil 2023:** Série Migrações. Brasília: Observatório das Migrações Internacionais, 2023. Disponível em: https://portaldeimigracao.mj.gov.br/images/Obmigra_2020/OBMIGRA_2023/Dados_Consolidados/dados_consolidados_2022_-_v_19_06.pdf. Acesso em: 29 nov. 2024.

COI - COMITÊ OLÍMPICO INTERNACIONAL. **Quadro de Medalhas** - Paris 2024. Suíça: COI, 2024. Disponível em: <https://olympics.com/pt/paris-2024/medalhas>. Acesso em: 29 nov. 2024.

ESPÍRITO SANTO. Departamento Estadual de Trânsito do Espírito Santo (Detran-ES). **Observatório de Trânsito do Estado do Espírito Santo.** Vitória: Detran-ES, 2024. Disponível em: <https://analytics-detrans.vertr.com.br/ObservatorioTransito>. Acesso em: 29 nov. 2024.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Segurança Pública e Defesa Social (SESP). **Painel de Monitoramento da Violência Contra a Mulher.** Vitória: SESP, 2024. Disponível em: <https://sesp.es.gov.br/painel-de-violencia-mulher>. Acesso em: 29 nov. 2024.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **IBGE educa.** Brasília: 2024. Disponível em: <https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/22326-indigenas-2.html>. Acesso em: 29 nov. 2024.

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ministério da Educação. **Enem 2012- Exame Nacional do Ensino Médio 2012:** 2º dia. Brasília: INEP, 2012. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2012/dia2_caderno5_ama_relo.pdf. Acesso em: 29 nov. 2024.





GOVERNO DO ESTADO
DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

CONEXÕES

MATEMÁTICAS

QUINZENA

03

10/03 a 14/03

SEDU - 2025

Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

3ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

DADOS AGRUPADOS EM CLASSE MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRIPTOR(ES) DO PAEBES
EM13MAT316 Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).	• Construir e interpretar tabelas de frequências com dados agrupados em classes. • Determinar média, moda e mediana de um conjunto de dados. • Determinar média, moda e mediana a partir de tabela de frequências com dados agrupados em classes. • Identificar entre as medidas de tendência central (média, moda e mediana) a mais adequada de acordo com a característica desejada. • Resolver situações-problema envolvendo medidas de tendência central.	D066_M Utilizar medidas de tendência central na resolução de problemas.

Contextualização

Quando nosso conjunto de dados é extenso pode ser complicado descrever como ele 'se comporta', isto é, qual é a tendência geral daquelas informações. Por isso busca-se alternativas de como descrever de forma simples e objetiva a informação.

Na última semana iniciamos o processo de construção das tabelas e gráficos de frequências, no entanto, estudamos o processo apenas para variáveis que assumem valores discretos ou nominais. Mas ainda não pensamos numa forma de expressar os dados que não seguem esse padrão.

Desde a primeira semana dos nossos estudos temos contato com variáveis que não se encaixam nesse tipo de variável estudada: o IDH (Índice de Desenvolvimento Humano), a taxa de analfabetismo e a densidade demográfica são exemplos que já estudamos. Podemos pensar em exemplos do nosso cotidiano que não assumem valores discretos ou nominais: o peso da carne no açougue, o tempo de viagem gasto entre duas cidades, a quantidade de litros de gasolina abastecida por um carro em um posto de gasolina, a altura do ser humano etc.

A representação gráfica é uma forma de apresentar a informação de maneira simples, objetiva e visual, no entanto, que tipo de informação numérica podemos usar para descrever o conjunto de dados?

Nesta semana vamos construir a tabela e o gráfico de frequências para as variáveis ditas contínuas, assim como iniciaremos o estudo das medidas de tendência central, isto é, números que expressam de maneira geral as informações centrais de uma lista de números.

Bons estudos!

Conceitos e Conteúdos

TABELAS DE FREQUÊNCIA E HISTOGRAMA

Voltemos aos nossos dados do IDHM por unidade da Federação:

Unidade da Federação	IDHM
Distrito Federal	0.814
São Paulo	0.806
Santa Catarina	0.792
Minas Gerais	0.774
Rio Grande do Sul	0.771
Espírito Santo	0.771
Paraná	0.769
Rio de Janeiro	0.762
Mato Grosso do Sul	0.742
Goiás	0.737
Mato Grosso	0.736
Ceará	0.734
Tocantins	0.731
Rio Grande do Norte	0.728

Unidade da Federação	IDHM
Pernambuco	0.719
Acre	0.71
Sergipe	0.702
Rondônia	0.7
Amazonas	0.7
Roraima	0.699
Paraíba	0.698
Bahia	0.691
Pará	0.69
Piauí	0.69
Amapá	0.688
Alagoas	0.684
Maranhão	0.676

Para simplificar o processo de construção da tabela de frequências, visualização gráfica e interpretação dividimos os dados em intervalos ou classes, mas não o fazemos de qualquer forma. Na sequência, organizamos esse processo em alguns passos, para facilitar a compreensão:

PASSO 1: Calcula-se a diferença entre o maior e o menor valor observado:

$$d = x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}.$$

PASSO 2: Determinamos o número de classes ou intervalos:

$$k = \sqrt{n}.$$

É importante observar que o número de classe é sempre um valor natural, portanto, caso este valor seja um número real, deve-se aproximar para o inteiro mais próximo, porém superior ao número encontrado (arredondar para cima).

PASSO 3: Determinar o comprimento do intervalo

$$c = \frac{d}{k}.$$

PASSO 4: Determinar os intervalos

$$I_1 = [x_{\min}, x_{\min} + c[$$

$$I_2 = [x_{\min} + c, x_{\min} + 2c[$$

$$I_3 = [x_{\min} + 2c, x_{\min} + 3c[$$

$$\vdots$$

$$I_n = [x_{\max} - c, x_{\max}]$$

Os intervalos são obtidos da seguinte forma: para o primeiro tomamos o menor valor como limite inferior e, como limite superior, tomamos o menor valor somado com o comprimento do intervalo; para o segundo intervalo tomamos o limite superior do intervalo anterior como limite inferior e, como limite superior, tomamos seu limite inferior somado com o comprimento do intervalo; repetimos esse processo até chegarmos no maior valor e, portanto, o número de intervalos previamente estabelecido.



PASSO 5: Construir a tabela de frequências.

PASSO 6: Construir o gráfico – Histograma.

No nosso exemplo do IDHM temos:

Passo 1: Diferença entre o maior e o menor valor

- maior valor observado: 0,814
- menor valor observado: 0,676
- diferença: $d=0,138$

Passo 2: Número de classes

$$k = \sqrt{27} = 5,196 \rightarrow 6$$

Passo 3: Comprimento de classe

$$c = \frac{0,138}{6} = 0,023$$

Passo 4: Determinar os intervalos

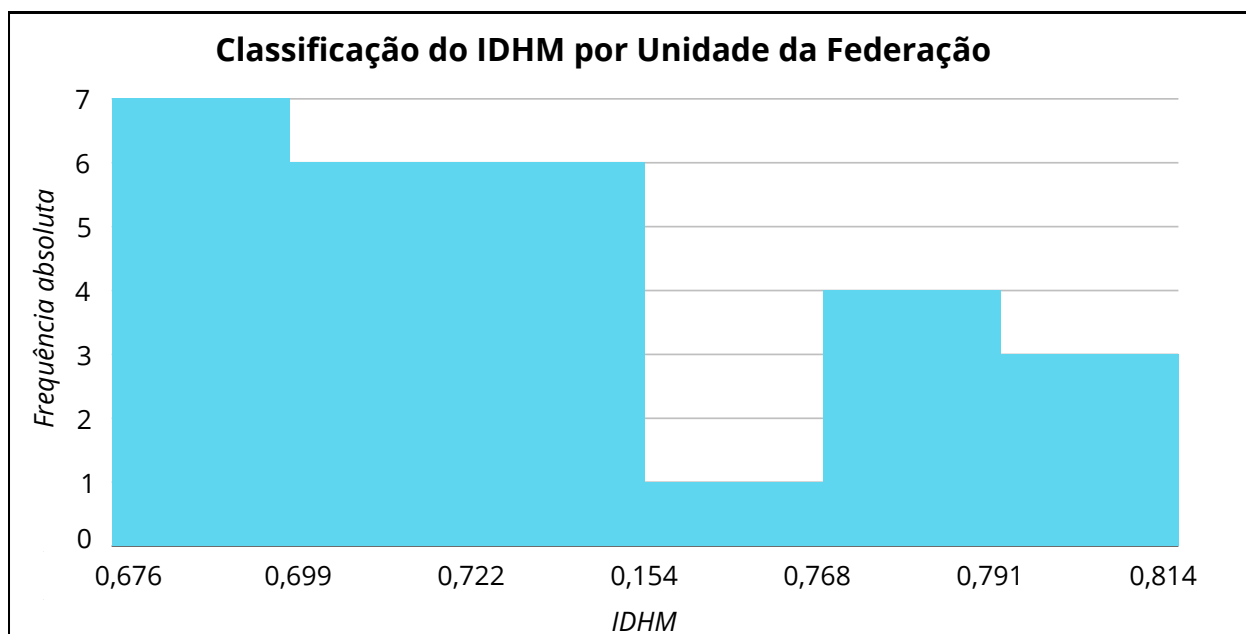
$$I_1 = [0,676; 0,699[\quad I_2 = [0,699; 0,722[\quad I_3 = [0,722; 0,745[$$

$$I_4 = [0,745; 0,768[\quad I_5 = [0,768; 0,791[\quad I_6 = [0,791; 0,814]$$

Passo 5: Construir a tabela de frequências

Intervalo	Frequência absoluta	Frequência relativa
[0,676; 0,699[	7	26%
[0,699; 0,722[	6	22,2%
[0,722; 0,745[	6	22,2%
[0,745; 0,768[	1	3,7%
[0,768; 0,791[	4	14,8%
[0,791; 0,814]	3	11,1%
Total	27	100



PASSO 6: Construir o histograma

MEDIDAS RESUMO DE UMA AMOSTRA

Dividimos as medidas resumo em duas categorias: Medidas de tendência central e Medidas de dispersão.

Enquanto as medidas de tendência central são usadas como um “ponto de equilíbrio” dos dados apresentados, as medidas de dispersão mostram como os dados se “espalham” no intervalo em que se encontram.

Essas informações não devem ser tomadas isoladamente, pois uma interpretação geral dos dados só é feita agregando as informações de cada um dos dois tipos de medidas.

Medidas de tendência central

Para descrever a tendência central dos dados podemos usar 3 medidas principais: média, mediana e moda.

- Média

Existem diversos tipos de médias, dentre elas podemos citar a média aritmética, média geométrica e a média harmônica. Neste material vamos nos ater à média aritmética.

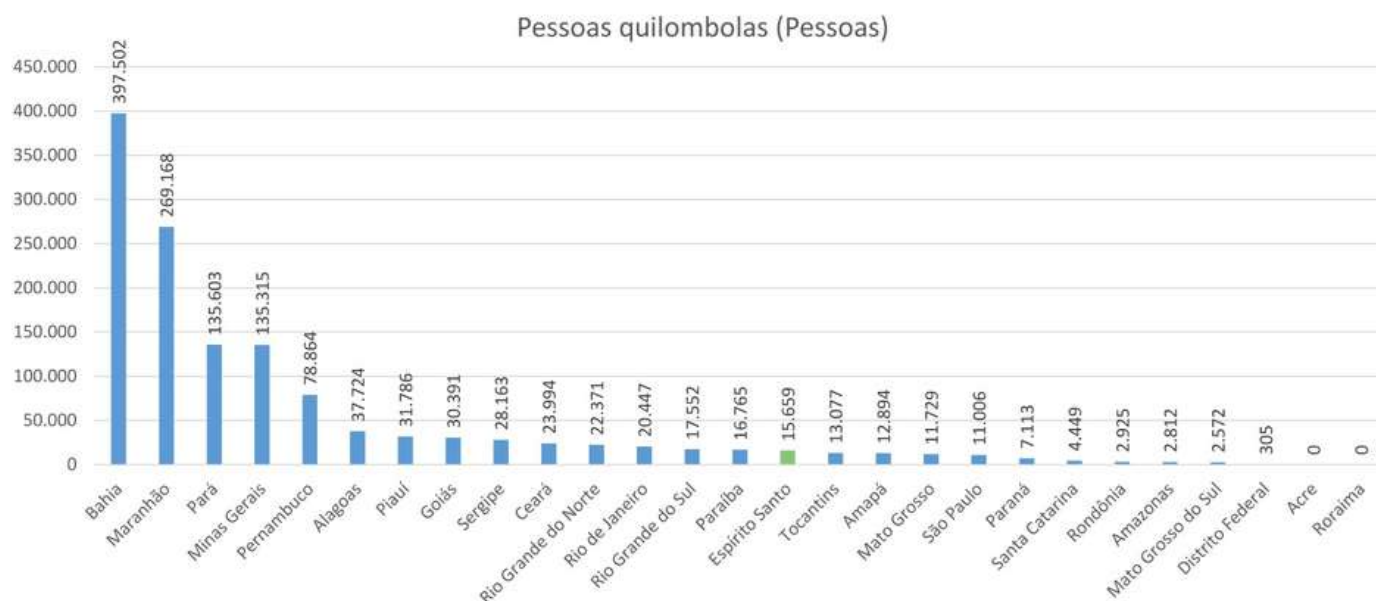
Observe a seguinte situação:

Segundo a série ‘IJSN no Censo 2022’, do Instituto Jones do Santos Neves, o Brasil possui 1 330 186 pessoas quilombolas. O gráfico a seguir mostra a distribuição da população quilombola no Brasil:

BR

População Quilombola

Definiu-se como quilombola a pessoa residente em localidades quilombolas que se declarou quilombola.



Disponível em: https://ijsn.es.gov.br/Media/IJSN/PublicacoesAnexos/S%C3%ADnteses/IJSN_Censo_2022-Quilombola.pdf. Acesso em 26 de Novembro de 2024.

Se todas as unidades da Federação (UF) contassem com a mesma população de pessoas quilombolas, podemos dizer que essa população por UF seria obtida fazendo o total da população quilombola no Brasil dividido pelo número de UF

$$\frac{1\,330\,186}{27}$$

O que nos retornaria um total de, aproximadamente, 48 267 pessoas quilombolas por UF. Este número é chamado de **média aritmética**.

Podemos definir a **média aritmética** como a razão entre a soma dos valores e a quantidade de valores. Portanto, se $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ são n valores, então a média aritmética desse conjunto é calculada por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}.$$

Uma outra possibilidade de cálculo de média aritmética é a **média aritmética ponderada**. Ela é determinada pela soma de todos os produtos de cada valor multiplicado pelo seu peso e dividido pela soma dos pesos.

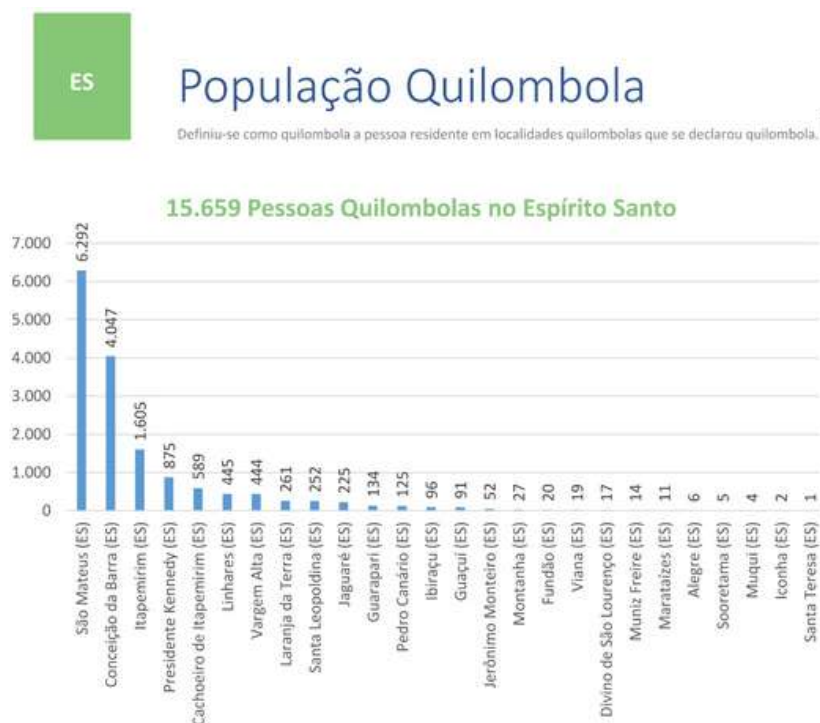
- Mediana

Considere, ainda, o gráfico da distribuição da população quilombola por unidades da Federação, apresentado no início da página.

Note que o número de pessoas quilombolas está organizado em ordem decrescente (em rol) e um valor interessante é o valor referente ao estado da Paraíba. Observe que ele divide o conjunto de dados em duas partes: estados que possuem pelo menos 16 765 pessoas quilombolas e estados que possuem no máximo 16 765 pessoas quilombolas, sendo que cada uma dessas partes contém o mesmo número de estado. Este valor, 16 765, é chamado de **mediana**.

Podemos definir a mediana (M_d) como o valor do elemento central de um conjunto numérico em rol quando esse conjunto tem uma quantidade ímpar de valores. Caso o conjunto tenha uma quantidade par de valores, então encontraremos dois valores centrais e, nesse caso, definimos a mediana como a média aritmética desses dois elementos.

Veja, por exemplo, a distribuição das pessoas quilombolas por município no Espírito Santo:



Disponível em:

https://ijsn.es.gov.br/Media/IJSN/PublicacoesAnexos/S%C3%ADnteses/IJSN_Censo_2022-Quilombola.pdf.

Acesso em 26 de Novembro de 2024.

Temos 26 municípios com a presença de pessoas quilombolas. Como o número de municípios é par, encontramos dois valores centrais: os valores das 13ª e 14ª posição, isto é, o número de pessoas quilombolas dos municípios de Ibiracu e Guaçu. Portanto, a mediana é

$$M_d = \frac{96 + 91}{2} = 93,5.$$

Assim, 50% dos municípios que apresentam população quilombola possuem mais do que 93,5 pessoas quilombolas e 50% dos municípios que apresentam população quilombola possuem menos do que 93,5 pessoas quilombolas.

- Moda

Volte novamente ao gráfico que mostra o total de pessoas quilombolas por unidade da federação, observe que os valores quase não se repetem, exceto por um deles, o zero! Os estados do Acre e Roraima não possuem pessoas declaradas quilombolas. Esse valor é chamado de **moda**.

Podemos definir a moda (M_o) de um conjunto de valores como o valor que aparece em maior número de vezes, ou seja, é o valor de maior frequência absoluta.

Um conjunto de valores pode ter uma só moda, duas modas (bimodal), três modas (trimodal) e assim por diante, como também pode não ter nenhuma moda (amodal). Um caso de conjunto de valores bimodal é o número de pessoas indígenas no Espírito Santo (mostrado na discussão sobre a média): **cinco municípios apresentam 6 pessoas indígenas e cinco municípios apresentam 2 pessoas indígenas, portanto a moda desse conjunto de dados é 2 e 6.**

- Média, mediana e moda de dados agrupados em classe

Quando se trata da distribuição de frequências com dados agrupados dizemos que as frequências são distribuídas uniformemente ao longo da classe e que, o ponto médio da classe é o valor representativo do conjunto.

Voltemos ao exemplo do IDHM:

Intervalo	Frequência absoluta	Frequência relativa
[0, 676; 0, 699[	7	26%
[0, 699; 0, 722[	6	22,2%
[0, 722; 0, 745[	6	22,2%
[0, 745; 0, 768[	1	3,7%
[0, 768; 0, 791[	4	14,8%
[0, 791; 0, 814]	3	11,1%
Total	27	100

Assim, o primeiro passo para determinar as medidas de tendência central de dados agrupados em classe é determinar o **ponto médio da classe**, que é a média aritmética dos limites inferior e superior da classe.

Para a primeira classe o ponto médio é:

$$P_1 = \frac{0,676 + 0,699}{2} = 0,6875.$$

Fazendo esse cálculo para as demais classes, obtemos a seguinte tabela:



Intervalo	Ponto médio	Frequência absoluta	Frequência relativa
$[0,676; 0,699[$	0,6875	7	26%
$[0,699; 0,722[$	0,7105	6	22,2%
$[0,722; 0,745[$	0,7335	6	22,2%
$[0,745; 0,768[$	0,7565	1	3,7%
$[0,768; 0,791[$	0,7795	4	14,8%
$[0,791; 0,814]$	0,8025	3	11,1%
Total	-----	27	100

Vamos, agora, estudar o processo de cálculo da moda, mediana e média dos dados agrupados em classes:

- A **moda** é o ponto médio referente à classe de maior frequência.

Note que, como a maior frequência é 7, portanto, a moda é $M_o = 0,6875$.

- A **mediana** é determinada observando o ponto médio da classe em que se encontra o termo central da amostra, por exemplo, se o termo central é 7º termo, devemos ir somando as frequências das classes, ordenadamente, até obtermos o 7º termo, ali encontramos a mediana.

Como temos 27 elementos, a mediana se encontra na 14ª posição. Observe que a primeira classe acumula 7 elementos, a primeira e segunda classes acumulam 13 elementos e a primeira, segunda e terceira classe acumulam 19 elementos, portanto o 14º elemento se encontra na terceira classe, assim, a mediana é $M_d = 0,7335$.

- A **média** é obtida fazendo a soma dos produtos do ponto médio da classe pela sua frequência e dividindo pelo total de elementos.

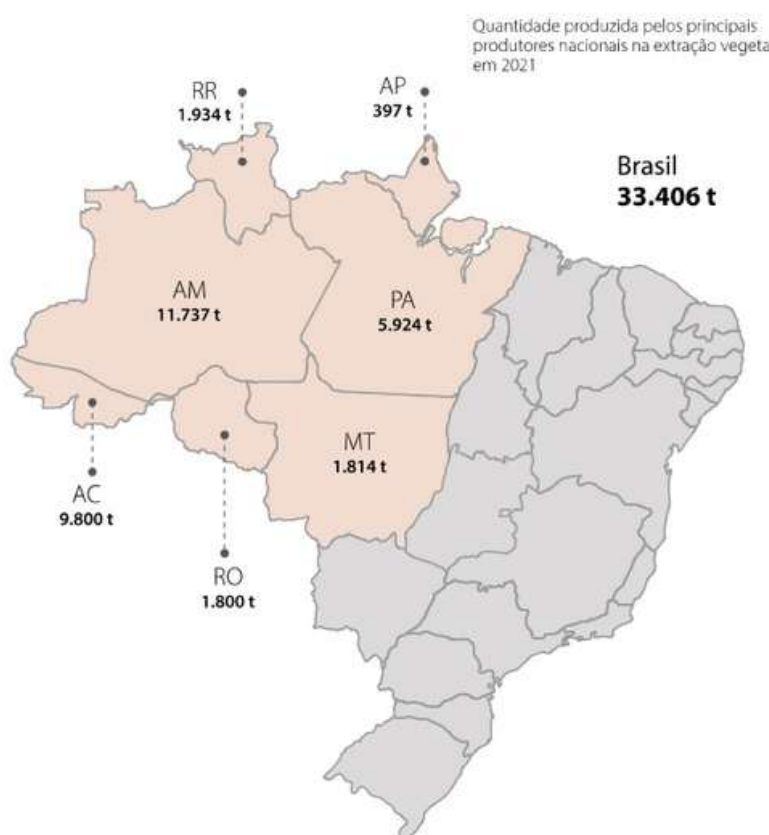
Para determinar a média, devemos fazer:

$$\begin{aligned} \overline{TDHM} &= \frac{0,6875 \cdot 7 + 0,7105 \cdot 6 + 0,7335 \cdot 6 + 0,7565 \cdot 1 + 0,7795 \cdot 4 + 0,8025 \cdot 3}{27} \\ &= \frac{19,7585}{27} \approx 0,732. \end{aligned}$$



Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1. O mapa abaixo apresenta a quantidade de castanha produzida por extração vegetal em 2021 no Brasil nos principais estados produtores.



Disponível em: <https://www.embrapa.br/busca-de-publicacoes/-/publicacao/1153294/brasil-em-50-alimentos>. Acesso em 27 de Novembro de 2024.

Com base no mapa acima determine a média, mediana e moda da produção de castanhas no Brasil pelos principais estados produtores.

SOLUÇÃO: Primeiramente devemos ordenar os valores em ordem crescente (se organizar em ordem decrescente o resultado é o mesmo):

397 t, 1 800 t, 1 814 t, 1 934 t, 5 924 t, 9 800 t e 11 737 t.

Observe que nenhum valor se repete, portanto a amostra é amodal. Como existem 7 valores, a mediana se encontra na 4ª posição, logo, a mediana é igual a 1934 t. Para calcular a média devemos fazer:

$$\bar{x} = \frac{397 + 1800 + 1814 + 1934 + 5924 + 9800 + 11737}{7} = \frac{33406}{7} \approx 4772,29 \text{ t.}$$

EXERCÍCIO 2. O tempo necessário para um medicamento fazer efeito no organismo de uma pessoa depende de alguns fatores como, por exemplo, o tipo de revestimento da cápsula e a própria composição do medicamento. Para lançar um novo medicamento, um farmacêutico deve indicar o tempo mediano, em minutos, para que tal medicamento comece a fazer efeito, sendo que quanto menor esse tempo, melhor é o medicamento.

Uma médica dispõe de informações sobre o tempo necessário para efeito, em minutos, de cinco medicamentos com a mesma finalidade e de uma amostra de 10 pacientes, para cada medicamento, como pode ser observado abaixo:

Medicamento	Tempo, em minutos, para que o medicamento comece a fazer efeito									
A	50	51	27	34	28	56	48	50	25	26
B	41	34	32	51	59	43	33	47	44	47
C	27	39	25	52	32	39	50	33	56	22
D	41	33	57	53	55	27	29	36	32	21
E	46	46	48	23	38	42	44	39	51	54

Nesta situação, qual dos medicamentos a médica deverá indicar para seu paciente?

SOLUÇÃO: Como devemos calcular a mediana do tempo para que o medicamento faça efeito, devemos inicialmente organizar o dado do tempo em ordem para cada medicamento:

Medicamento	Tempo, em minutos, para que o medicamento comece a fazer efeito									
A	25	26	27	28	34	48	50	50	51	56
B	32	33	34	41	43	44	47	47	51	59
C	22	25	27	32	33	39	39	50	52	56
D	21	27	29	32	33	36	41	53	55	57
E	23	38	39	42	44	46	46	48	51	54

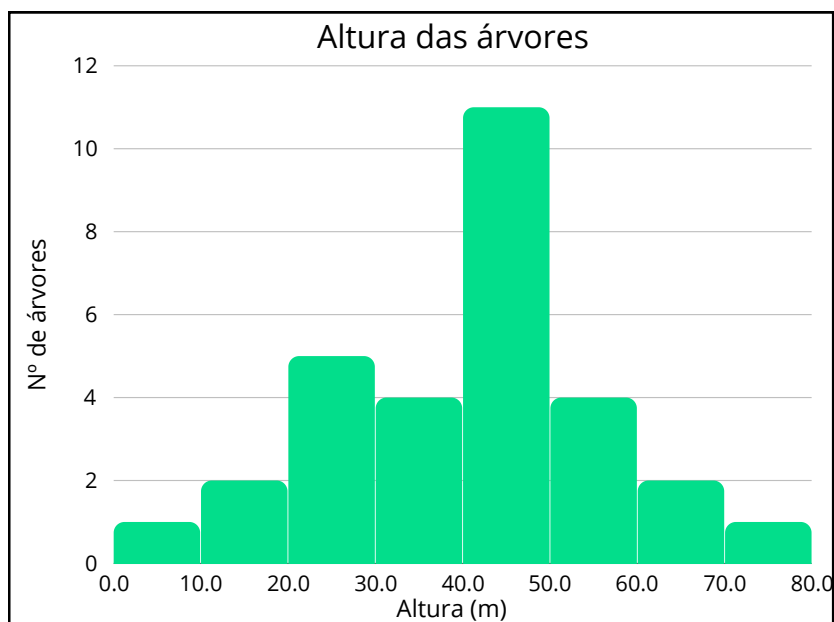
Como temos 10 tempos para cada medicamento, a mediana é calculada como a média entre o 5º e 6º elementos da tabela:

$$M_{dA} = \frac{34 + 48}{2} = 41 \quad M_{dC} = \frac{33 + 39}{2} = 36 \quad M_{dE} = \frac{44 + 46}{2} = 45$$

$$M_{dB} = \frac{43 + 44}{2} = 43,5 \quad M_{dD} = \frac{33 + 36}{2} = 34,5$$

Assim, o medicamento que apresentou o menor valor da mediana e, portanto, deve ser indicado pela médica, é o medicamento D.

EXERCÍCIO 3. Um engenheiro florestal ao fazer o inventário de uma área de mata coletou informação da altura de 30 árvores e construiu o histograma abaixo.



Em seu relatório final o engenheiro deve indicar o tamanho médio, mediano e modal da altura das árvores. Quais os valores que esse engenheiro deve indicar em seu relatório?

SOLUÇÃO: Inicialmente, como os dados estão agrupados em classes, devemos determinar os pontos médios de cada intervalo. Como os intervalos tem comprimento 10 essa tarefa é simples, basta somar 5 ao limite inferior de cada intervalo e obtemos:

INTERVALO	[0,10[	[10,20[	[20,30[	[30,40[	[40,50[	[50,60[	[60,70[	[70,80[
PONTO MÉDIO	5	15	25	35	45	55	65	75
FREQUÊNCIA	1	2	5	4	11	4	2	1

Dentre as três medidas solicitadas o valor modal (moda) é facilmente identificado no gráfico e vale 45m.

Como temos informações de 30 árvores a altura mediana se encontra entre a 15ª e a 16ª altura, ordenadas em rol. Perceba que ambos valores pertencem à classe "[40,50[", portanto o valor mediano é 45m.

Para determinar a média devemos fazer a soma do produto entre o ponto médio e a frequência e dividir pela soma das frequências:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{5 \cdot 1 + 15 \cdot 2 + 25 \cdot 5 + 35 \cdot 4 + 45 \cdot 11 + 55 \cdot 4 + 65 \cdot 2 + 75 \cdot 1}{30} \\ &= \frac{1220}{30} \approx 40,67m.\end{aligned}$$

Resumindo: Valor mediano = valor modal = 45m e valor médio = 40,67m.

EXERCÍCIO 4. No ano de 2023, para ingresso no curso de arquitetura e urbanismo da Universidade Federal do Espírito Santo, a nota do Sisu (Sistema de Seleção Unificada) era calculada dando pesos para as notas de cada área do conhecimento do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) de acordo com a tabela abaixo:

Área	Redação	Ciências da Natureza e suas Tecnologias	Ciências Humanas e suas Tecnologias	Linguagens, Códigos e suas Tecnologias	Matemática e suas Tecnologias
Peso	4	2	4	2	3

Disponível em: https://sisu.ufes.br/sites/sisu.ufes.br/files/field/anexo/termo_de_adexao_2023.2.pdf.
Acesso em 28 de novembro de 2024.

Um estudante obteve as seguintes notas no ENEM 2022:

Área	Nota
Redação	750
Ciências da Natureza e suas Tecnologias	580
Ciências Humanas e suas Tecnologias	720
Linguagens, Códigos e suas Tecnologias	680
Matemática e suas Tecnologias	620

Determine a nota no Sisu desse estudante para o curso de Arquitetura e Urbanismo.

SOLUÇÃO: Devemos, neste caso, determinar a média ponderada das notas pelos pesos das respectivas áreas:

$$\begin{aligned}
 \text{Nota} &= \frac{750 \cdot 4 + 580 \cdot 2 + 720 \cdot 4 + 680 \cdot 2 + 620 \cdot 3}{4 + 2 + 4 + 2 + 3} \\
 &= \frac{3000 + 1160 + 2880 + 1360 + 1860}{15} = \frac{10260}{15} = 684.
 \end{aligned}$$



Material Extra

LIVRO DIDÁTICO



Prezado(a) professor(a), os conceitos apresentados neste material estruturado podem ser trabalhados usando os seguintes livros didáticos:

1. **Volume 6 – Coleção Prisma Matemática (Editora FTD):**

- p. 24-31

2. **Volume 6 – Coleção Matemática em Contextos (Editora Ática):**

- p. 24-42; p. 48-63

SITE



Portal da Matemática - OBMEP

<https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=99>

A seção “Medidas de Posição” traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Além dos vídeos, é possível acessar o material teórico que apresenta alguns exemplos extras.



INDICAÇÃO DE LEITURA



“Quando foi publicado pela primeira vez, em 1954, o livro de Darrell Huff foi saudado como pioneiro em conjugar linguagem simples e ilustrações para tratar de um tema polêmico e controverso: o mau uso da estatística para maquiagem de dados e abalçar opiniões.”

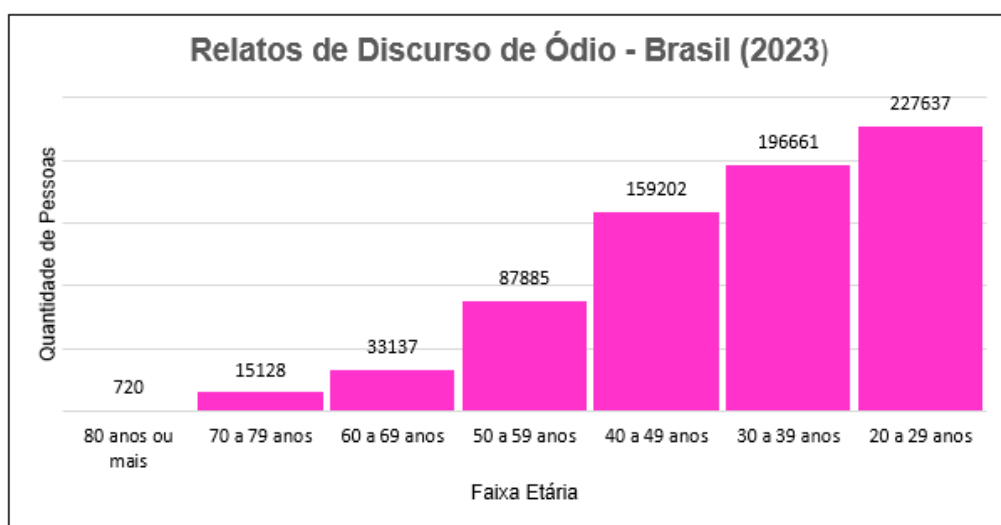
Apesar de alguns exemplos não tão atuais, a linguagem do livro é um ponto forte do mesmo. Em especial o capítulo 2 (Uma média bem escolhida) aborda uma discussão interessante sobre o uso das medidas de tendência central. Uma proposta que pode ser desenvolvida é uma tertúlia a acontecer antes de iniciar a discussão do nosso próximo material ‘medidas de dispersão’.



Atividades

ATIVIDADE 1

O gráfico a seguir indica a quantidade de pessoas com 20 anos ou mais que relatou ter sido ameaçada, ofendida, xingada ou ter suas imagens expostas sem consentimento.



Fonte: <https://experience.arcgis.com/experience/54febd2948d54d68a1a462581f89d920/page/Enfrentamento-ao-Discurso-de-%C3%93dio/>

Determine a quantidade média dos relatos feitos por pessoas na faixa etária de 20 a 49 anos.

ATIVIDADE 2

O time de basquete de uma escola pública estadual do Espírito Santo conta com 25 jovens com idade entre 15 e 17 anos. As alturas, em metros, desses atletas são dadas a seguir:

1,95 – 1,82 – 1,77 – 1,74 – 1,81 – 1,69 – 1,71 – 1,84 – 1,76 – 1,70 – 1,92 – 1,90 – 1,65
1,78 – 1,78 – 1,73 – 1,88 – 1,92 – 1,98 – 1,76 – 1,58 – 1,69 – 1,67 – 1,74 – 1,78

Preencha a tabela abaixo com os dados agrupados em **cinco** intervalos de frequência.

Alturas	Frequência absoluta	Frequência relativa (forma decimal)
Total		

ATIVIDADE 3

O gráfico a seguir mostra a série histórica de evolução das matrículas na rede pública de ensino (municipal e estadual) do Espírito Santo durante os anos de 2007 a 2023. Esses dados são disponibilizados pelo Tribunal de Contas do Estado do Espírito Santo (TCEES).

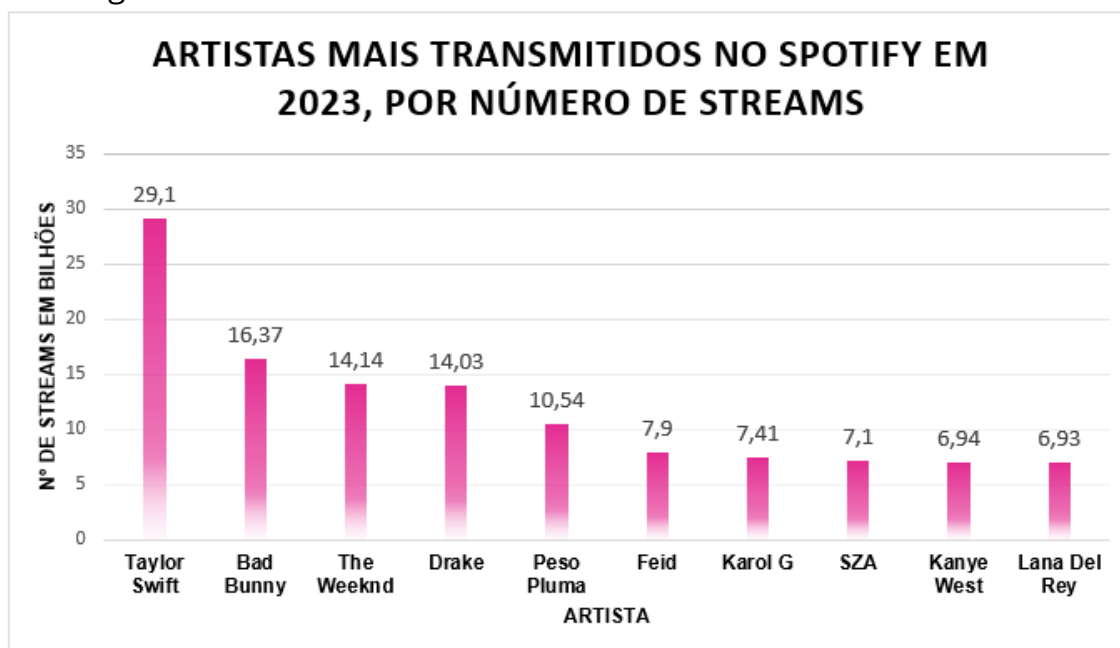


Fonte: <https://paineldecontrole.tcees.tc.br/areasTematicas/Educacao-Escolas>

Determine, durante esse período, a média de matrículas.

ATIVIDADE 4

O site [statista.com](https://www.statista.com) monitorou durante o ano de 2023 os artistas mais transmitidos na plataforma de música *Spotify*. O top 10 desses artistas pode ser consultado no gráfico a seguir:



Fonte: <https://www.statista.com/statistics/1450521/most-streamed-artist-spotify/>

Calcule o número médio de streams e a mediana, a partir do top 10 da plataforma *spotify* do ano de 2023. Compare esses resultados e analise, para essa situação, qual seria a mais adequada, justificando a sua resposta.

ATIVIDADE 5

Priscilla é dona de uma empresa que presta serviços de vigilância. O total de funcionários dessa empresa é de 80, e a média salarial é de R\$ 4 535,00. Se três novos funcionários forem contratados, com salários de R\$ 2 430,00, R\$ 3 425,00 e R\$ 1 800,00, qual será a nova média salarial dessa empresa?

ATIVIDADE 6

Os funcionários de uma academia de musculação resolveram pedir ao dono do estabelecimento a compra de um segundo aparelho, chamado *leg press* 45°. Para efetuar a compra, o dono pediu aos funcionários que registrassem a frequência de utilização desse aparelho, bem como o tempo de duração de uso por cada um dos 100 alunos matriculados. Os dados coletados pelos funcionários foram organizados na tabela a seguir.

Frequência de utilização do <i>leg press</i> 45°	
Tempo de utilização (em minutos)	Frequência de utilização
1 — 4	15
4 — 7	10
7 — 10	24
10 — 13	20
13 — 16	28
16 — 19	3
Total	100

Pode-se afirmar que o tempo médio de utilização do aparelho *leg press* 45° é de, aproximadamente:

- A) 7,95 minutos.
- B) 8,45 minutos.
- C) 9,85 minutos.
- D) 10,85 minutos.
- E) 11,15 minutos.

ATIVIDADE 7

(ENEM 2024) Ao calcular a média de suas notas em 4 provas, um estudante dividiu, por engano, a soma das notas por 5. Com isso, a média obtida foi 1 unidade menor do que deveria ser, caso fosse calculada corretamente. O valor correto da média das notas desse estudante é

- A) 4.
- B) 5.
- C) 6.
- D) 19.
- E) 21.

ATIVIDADE 8

Em 2023, o Espírito Santo registrou 4 474 casos de violência física contra a mulher, tornando-se o tipo de violência mais comum no estado. Este número representa um aumento significativo em relação aos 3 800 casos registrados em 2022, conforme dados da Secretaria Estadual de Segurança Pública (Sesp) e do Painel Capixaba de Violência, que foi lançado para monitorar e detalhar as ocorrências de violência contra mulheres no estado. O gráfico abaixo retrata a série histórica entre 2017 e 2023 dessas ocorrências.



Fonte: <https://ijsn.es.gov.br/paineis-interativos/violencia-contra-a-mulher>

Sobre esses dados, é correto afirmar que:

- A) A média da quantidade de casos registrados é de 3 440.
- B) A mediana da quantidade de casos registrados é de 3 783.
- C) Em 2023, a quantidade de casos registrados supera a média em 1 029 casos.
- D) A média dos casos registrados supera a mediana em aproximadamente 75 casos.
- E) A mediana dos casos registrados supera a média em aproximadamente 70 casos.

ATIVIDADE 9

Um pediatra atendeu em seu consultório 5 crianças com idades entre 0 e 3 anos. Em suas anotações ele percebeu que registrou a idade de 3 delas, sendo de 2 anos, e que, as outras duas ele esqueceu de registrar. Sendo assim, pode-se afirmar que os valores da moda e da mediana das idades são:

- A) 1 ano e 2 anos.
- B) 2 anos e 1 ano.
- C) 2 anos e 2 anos.
- D) 2 anos e 3 anos.
- E) 3 anos e 2 anos.

ATIVIDADE 10

Uma empresa de telemarketing precisava contratar uma pessoa para ocupar uma vaga de assistente administrativo. Para concorrer a vaga, o candidato deveria ser observado por uma semana, sendo avaliado em quatro atributos, de pesos diferentes: “rapidez no atendimento” (peso 3); “clareza nas informações prestadas” (peso 5); “cortesia e gentileza no atendimento” (peso 2); e “pontualidade” (peso 1). O candidato contratado será aquele que obtiver a maior média ponderada das notas em relação aos atributos e seus pesos. Apenas 5 pessoas se candidataram à vaga e passaram pela semana de avaliação. As respectivas notas que receberam foram disponibilizadas na tabela a seguir:

Atributo	Peso	Notas				
		Candidato A	Candidato B	Candidato C	Candidato D	Candidato E
Rapidez no atendimento	3	5	1	4	3	4
Clareza nas informações prestadas	5	1	4	5	3	2
Cortesia e gentileza no atendimento	2	2	2	2	3	4
Pontualidade	1	5	2	4	4	5

Quem garantiu a vaga para assistente administrativo foi o:

- A) candidato A.
- B) candidato B.
- C) candidato C.
- D) candidato D.
- E) candidato E.



Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: estatística, combinatória e probabilidade**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

EMBRAPA. **Brasil em 50 alimentos**. Brasília: Embrapa, 2023. Disponível em: <https://www.embrapa.br/busca-de-publicacoes/-/publicacao/1153294/brasil-em-50-alimentos>. Acesso em 28 de novembro de 2023.

IEZZI, G.; HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. M. **Fundamentos de matemática elementar: matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

IJSN. **IJSN no Censo 2022**. Disponível em: <https://ijsn.es.gov.br/sinteses/ijsn-no-censo-2022>. Acesso em 26 de novembro de 2024.

UFES. **Termo de Adesão 2ª edição de 2023**. Disponível em: https://sisu.ufes.br/sites/sisu.ufes.br/files/field/anexo/termo_de_adexao_2023.2.pdf. Acesso em 28 de novembro de 2024.

Referências

ATIVIDADES

BRASIL. Ministério dos Direitos Humanos e da Cidadania. **ObservaDH: Enfrentamento ao Discurso de Ódio**. Brasília: ObservaDH, 2024. Disponível em: <https://experience.arcgis.com/experience/54febd2948d54d68a1a462581f89d920/page/Enfrentamento-ao-Discurso-de-%C3%93dio/>. Acesso em: 29 nov. 2024.

CEPEA - CENTRO DE ESTUDOS AVANÇADOS EM ECONOMIA APLICADA. Indicadores. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2024. Disponível em: <https://www.cepea.esalq.usp.br/br/indicador/ovos.aspx>. Acesso em: 29 nov. 2024.

ESPÍRITO SANTO. Departamento Estadual de Trânsito do Espírito Santo (Detran-ES). **Observatório de Trânsito do Estado do Espírito Santo**. Vitória: Detran-ES, 2024. Disponível em: <https://analytics-detrان.vert.com.br/ObservatorioTransito>. Acesso em: 29 nov. 2024.

ESPÍRITO SANTO. Secretaria de Segurança Pública e Defesa Social (SESP). **Painel de Monitoramento da Violência Contra a Mulher**. Vitória: SESP, 2024. Disponível em: <https://sesp.es.gov.br/painel-de-violencia-mulher>. Acesso em: 29 nov. 2024.

ESPÍRITO SANTO. Tribunal de Contas do Estado do Espírito Santo (TCEES). **Painel de Controle**. Vitória: TCEES, 2024. Disponível em: <https://paineldecontrole.tcees.tc.br/areasTematicas/Educacao-Escolas>. Acesso em: 29 nov. 2024.

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ministério da Educação. **Enem 2024- Exame Nacional do Ensino Médio 2024: 2º dia**. Brasília: INEP, 2024. Disponível em: https://download.inep.gov.br/enem/provas_e_gabaritos/2024_PV_impreso_D2_CD5.pdf. Acesso em: 29 nov. 2024.

STATISTA. **Most streamed artists on Spotify as of 2023, by number of streams**. Reino Unido: Statista Ltd. Disponível em <https://www.statista.com/statistics/1450521/most-streamed-artist-spotify/>. Acesso em: 29 nov. 2024.

