

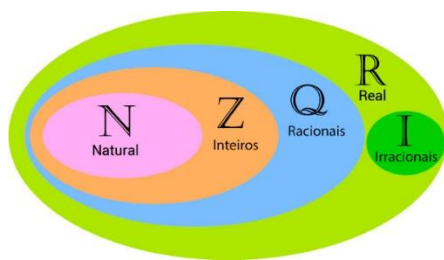


		MATEMÁTICA – RPE 02 – LISTA 01 Descritor(es): D028_M – Efetuar cálculo com números reais, inclusive potências com expoentes...; D033_M – Identificar a localização de números irracionais na reta numérica. Professor regente: WAGNER W. G. GOMES Data: Aluno(a): Série/Turma:	
--	--	---	---

RESUMO – NÚMEROS REAIS, POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS

Chamamos de **Números Reais** o conjunto de elementos representados pela letra maiúscula **R**, que inclui os seguintes grupos de números:



- **Números Naturais (N):**
São números inteiros positivos (não-negativos). Se um número é inteiro e positivo, podemos dizer que é um número natural.

Exemplo: $N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

- **Números Inteiros (Z):**
São os números positivos e negativos, que não apresentam parte decimal e, o zero. Não pertencem a este grupo as frações, números decimais, os números irracionais e os complexos.

Exemplo: $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

- **Números Racionais (Q):**
São os números que podem ser escritos na forma de fração. Esses números podem também ter representação decimal finita ou decimal infinita e periódica.

Exemplo: $Q = \{1/2, 3/4, -5/4, \dots\}$

- **Números Irracionais (I):**
São os números decimais, infinitos e não-periódicos e não podem ser representados por meio de frações irredutíveis.

Exemplo: $I = \dots, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{7}, 3,141592 \dots\}$

POTENCIAÇÃO

A potenciação é uma operação matemática que indica multiplicações sucessivas de fatores iguais.

Demonstração:



$2^3 = 8$

expoente

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

base

O expoente indica a quantidade de fatores.

Propriedades da Potenciação

1. Multiplicação de potências de mesma base

No produto de potências de mesma base devemos conservar a base e somar os expoentes.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \text{Exemplo: } 2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$$

2. Divisão de potências de mesma base

Na divisão de potências de mesma base conservamos a base e subtraímos os expoentes.

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad \text{Exemplo: } 2^4 : 2^2 = 2^{4-2} = 2^2 = 4$$

3. Potência de potência

Quando a base de uma potência também é uma potência devemos multiplicar os expoentes.

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad \text{Exemplo: } (2^2)^5 = 2^{2 \cdot 5} = 2^{10} = 1024$$

4. Potência de produto

Quando a base de uma potência é um produto elevamos cada fator à potência.

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m \quad \text{Exemplo: } (2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

5. Potência de quociente

Quando a base de uma potência é uma divisão elevamos cada fator ao expoente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad \text{Exemplo: } \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

6. Potência de quociente e expoente negativo

Quando a base de uma potência é uma divisão e o expoente é negativo inverte-se a base e o sinal do expoente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad \text{Exemplo: } \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

7. Potência de expoente negativo

Quando o sinal de uma potência for negativo devemos inverter a base para tornar o expoente positivo. ($a \neq 0$)

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \quad \text{Exemplo: } 2^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1^4}{2^4} = \frac{1}{16}$$

8. Potência com expoente racional

A radiciação é a operação inversa da potenciação. Portanto, podemos transformar um expoente fracionário em um radical.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{Ex: } 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4^1} = \sqrt{4} = 2$$



9. Potência com expoente igual a 0

Quando uma potência apresenta expoente igual a 0, o resultado será 1.

$$a^0 = 1 \quad \text{Exemplo: } 4^0 = 1$$

10. Potência com expoente igual a 1

Quando uma potência apresenta expoente igual a 1, o resultado será a própria base.

$$a^1 = a \quad \text{Exemplo: } 5^1 = 5$$

11. Potência de base negativa e expoente ímpar

Se uma potência tem base negativa e o expoente é um número ímpar, então, o resultado é um número negativo.

$$\text{Exemplo: } (-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

12. Potência de base negativa e expoente par

Se uma potência tem base negativa e o expoente é um número par, então, o resultado é um número positivo.

$$\text{Exemplo: } (-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

RADICIAÇÃO

Radiciação é a operação que realizamos quando queremos descobrir qual o número que multiplicado por ele mesmo determinada quantidade de vezes, dá um valor que conhecemos.

Propriedades da Radiciação

1. Raiz com expoente do radicando igual ao índice

Quando o índice for igual ao expoente do radicando, o resultado é a própria base.

$$\sqrt[n]{a^n} = a \quad \text{Exemplo: } \sqrt[9]{20^9} = 20$$

2. Produto de raízes de índices iguais

O produto entre duas raízes com índices iguais é igual à raiz de mesmo índice dos produtos dos radicandos.

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad \text{Exemplo: } \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3 \cdot 9} = \sqrt[3]{27}$$

3. Quociente de raízes de índices iguais

A divisão entre duas raízes de índices iguais é igual à raiz de mesmo índice da divisão dos quocientes.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad \text{Exemplo: } \frac{\sqrt[2]{24}}{\sqrt[2]{6}} = \sqrt[2]{\frac{24}{6}} = \sqrt[2]{4}$$

4. Potência de uma raiz

Uma raiz n elevada a um determinado expoente m é igual à raiz n do radicando elevado ao expoente.

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{Exemplo: } (\sqrt[4]{9})^2 = \sqrt[4]{9^2} = \sqrt[4]{81}$$

5. Raiz de outra raiz

Quando for uma raiz de outra raiz, basta conservar o radicando e multiplicar os índices das raízes.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a} \quad \text{Exemplo: } \sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3 \cdot 2]{64} = \sqrt[6]{64}$$

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

A radiciação é a operação matemática inversa da potenciação. Desta forma, podemos encontrar o resultado de uma raiz buscando a potenciação, que tem como resultado a raiz proposta.

$$\sqrt[n]{x} = a \Leftrightarrow a^n = x \quad \text{Exemplo: } \sqrt[2]{81} = 9 \Leftrightarrow 9^2 = 81$$

Note que se o radicando (x) é um número real e o índice (n) da raiz é um número natural, o resultado (a) é a raiz enésima de x se $a^n = x$.

ATIVIDADE PROPOSTA

1. Utilizando as propriedades vistas, reduza em uma única potência:

$$(A) 5^4 \cdot 5^{-3} \quad (B) \frac{2^{-3}}{2^{-1}} \quad (C) (7^{-4})^{-3} \quad (D) (-6)^{-3} \cdot (-6)^{-2}$$

2. Escreva $\sqrt{700}$ na forma simplificada.

3. Reduza as seguintes expressões à forma mais simples

$$(A) \sqrt{12} + \sqrt{75} - 9\sqrt{3} + \sqrt{27} + \sqrt{48}$$

$$(B) 4\sqrt{125} + 3\sqrt{45} - 30\sqrt{5}$$

$$(C) \sqrt{54} + \sqrt{6} - \sqrt{150} + 2\sqrt{24}$$

4. Considere a expressão numérica a seguir. $\sqrt{\frac{2^2 + \sqrt{25} + 1}{2}}$
Sobre o resultado da expressão, podemos afirmar:

- (A) que é um número racional, mas não é inteiro.
(B) que é um número inteiro, mas não é natural.
(C) que é um número natural.
(D) que é um número irracional.
(E) que não é um número real.

5. Para somar os números irracionais $\sqrt{8}$ e $\sqrt{72}$, procedemos com a seguinte estratégia:

$$\sqrt{8} + \sqrt{72} = \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{36 \cdot 2} = 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

Usando da mesma forma, temos que $\sqrt{32} + \sqrt{50}$ é:

$$(A) 8\sqrt{2} \quad (B) 9\sqrt{2} \quad (C) 10\sqrt{2} \quad (D) 12\sqrt{2} \quad (E) \sqrt{82}$$

6. O número irracional $\sqrt{30}$ está entre os números inteiro 5 e 6 pois 30 está entre $5^2 = 25$ e $6^2 = 36$. Seguindo nesse mesmo raciocínio, podemos afirmar que o número irracional $\sqrt{105}$ está entre:

$$(A) 8 \text{ e } 9 \quad (C) 10 \text{ e } 11 \quad (E) 12 \text{ e } 13$$

$$(B) 9 \text{ e } 10 \quad (D) 11 \text{ e } 12$$

7. O número $16^{0,5}$ pode ser escrito como $16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4$. O número $10^{0,5}$ está entre:

$$(A) 0 \text{ e } 1 \quad (B) 1 \text{ e } 2 \quad (C) 2 \text{ e } 3 \quad (D) 3 \text{ e } 4 \quad (E) 4 \text{ e } 5$$

8. Classifique as expressões abaixo em verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

$$() (4^5)^2 = (4^2)^5 \quad () (8 \cdot 4)^3 = 8^3 \cdot 4^3$$

$$() (2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 \quad () (2 + 3)^2 = 2^2 + 3^2$$