GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

1ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

ÁREA DE FIGURAS PLANAS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EF08MA19 Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.	• Conhecer expressões de cálculo de áreas de figuras poligonais e circulares. • Resolver problemas envolvendo a área de superfícies planas (quadriláteros, triângulos e círculos) em contextos diversos.	**D058_M** Utilizar área de figuras bidimensionais na resolução de problemas.

Caro(a) Professor(a),

Informamos que, a partir da Quinzena 14, o Material Estruturado incluirá todo o conteúdo relativo a esta quinzena, de modo a não haver mais duas capas e sintetizar o conteúdo em um único volume. Esperamos, assim, que essa mudança facilite o seu trabalho, planejamento e sua organização em sala de aula.

*Informamos, ainda, que o período de **22 a 26/09** será destinado à **preparação para a 3.ª edição** da Avaliação de Monitoramento da Aprendizagem (**AMA**); por esse motivo, o material foi reduzido.*

Contextualização

19/11/2024 14h05

Desmatamento irregular de 2,5 hectares é identificado em Rio Bananal

Design: Baseimage / Fonte: Canva

Desmatamento de 2,5 hectares de vegetação em uma área de Mata Atlântica na localidade de Córrego Veado, zona rural de Rio Bananal. O registro foi possível com o auxílio dos drones utilizados durante o monitoramento das áreas.

Você já se perguntou como a Matemática pode ajudar a proteger o meio ambiente? Mais do que resolver contas, ela nos permite entender o espaço em que vivemos, planejar o uso correto da terra e identificar ações irregulares que causam prejuízos à natureza e à sociedade.

Recentemente, uma reportagem do Instituto de Defesa Agropecuária e Florestal do Espírito Santo (IDAF) destacou um caso de desmatamento irregular de 2,5 hectares no município de Rio Bananal (ES). Esse tipo de ocorrência desperta a necessidade de sabermos calcular e interpretar medidas de área, pois é por meio desses cálculos que se identifica, por exemplo, o tamanho exato da área desmatada — e se ela está dentro da legalidade.

As áreas que precisamos determinar no dia a dia nem sempre são de polígonos perfeitos, mas saber como realizar esse cálculo nos ajuda a fazer uma boa aproximação de áreas que não têm uma forma específica. Com isso, é possível avaliar terrenos, mapear regiões e tomar decisões mais conscientes, inclusive em relação ao meio ambiente.

Neste material, vamos, conhecer expressões de cálculo de áreas de figuras poligonais e circulares e resolver problemas envolvendo a área de superfícies planas como: quadriláteros, triângulos e círculos e aplicando esses conhecimentos em contextos diversos, como o cálculo de áreas de terrenos, construções e áreas preservadas.

Vamos aprender, calcular e refletir sobre como a Matemática pode ser uma ferramenta essencial na análise e no cuidado com o espaço ao nosso redor.

BONS ESTUDOS!

Conceitos e Conteúdos

ÁREA DE POLÍGONOS

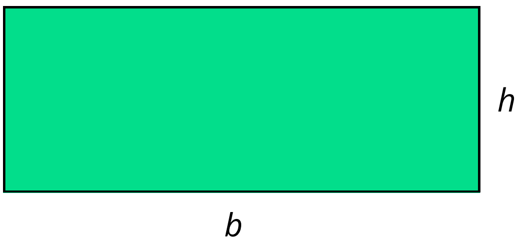
Como vimos anteriormente, ***polígono*** é de uma figura fechada, plana, formada por segmentos de reta não alinhadas e que não se cruzam. Estes segmentos são os lados do polígono que, quando regular, são de mesmo comprimento.

Área é a medida da superfície de uma figura plana. Em outras palavras, é a quantidade de espaço que está dentro dos limites de uma figura geométrica, como um quadrado, um triângulo ou um círculo, etc.
Ela é expressa em unidades quadradas, como: cm^2 (centímetros quadrados), m^2 (metros quadrados), km^2 (quilômetros quadrados), entre outras.

A seguir veremos como determinar a área de figuras poligonais e circulares.

ÁREA DO RETÂNGULO

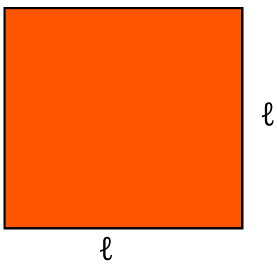
A área ***A*** de um retângulo de lados *b* e *h*, com *b* e *h* reais e positivos, é dada pelo produto da medida da base ***b*** pela medida da altura ***h***.



$$A = b \cdot h$$

ÁREA DO QUADRADO

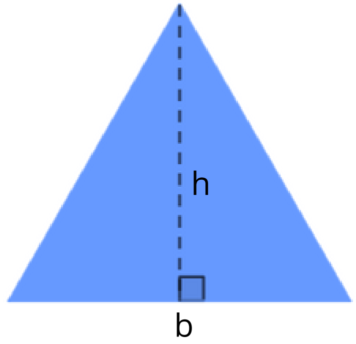
Todo quadrado é um retângulo com lados de medidas iguais. Logo, a área ***A*** de um quadrado é igual ao produto das medidas de seus lados (ℓ).



$$A = \ell^2$$

ÁREA DO TRIÂNGULO

Vamos considerar um triângulo ABC cuja base BC mede ***b***, e a altura relativa a essa base mede ***h***. A área **A** do triângulo ABC é igual à metade do produto da medida da base pela altura relativa a essa base.



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Nem sempre é possível conhecer a altura de um triângulo diretamente para aplicar a fórmula clássica da área, por isso, existe uma fórmula alternativa que permite calcular a área de qualquer triângulo conhecendo apenas as medidas dos três lados. Essa fórmula é conhecida como fórmula de Herão.

Fórmula de Herão:
Seja um triângulo ABC, com lados ***a***, ***b*** e ***c***, onde:

- ***a*** é o lado oposto ao vértice A,
- ***b*** é o lado oposto ao vértice B,
- ***c*** é o lado oposto ao vértice C.

Primeiro, calcula-se o semiperímetro (**p**), que é a metade do perímetro do triângulo:

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

Em seguida, a área A do triângulo é dada por:

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Essa fórmula é muito útil especialmente em situações em que conhecemos apenas os comprimentos dos lados e não temos a altura do triângulo.

Exemplo 1. Calcule a área de um triângulo cujos lados medem 7 cm, 8 cm e 9 cm.

Solução:

1. Calcule o semiperímetro:

$$p = \frac{7+8+9}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

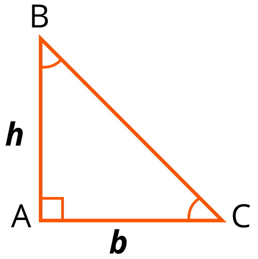
2. Aplique a fórmula de Herão:

$$A = \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)} = \sqrt{12 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}$$

$$A = \sqrt{720} \approx 26{,}83 \text{ cm}^2$$

ÁREA DO TRIÂNGULO RETÂNGULO

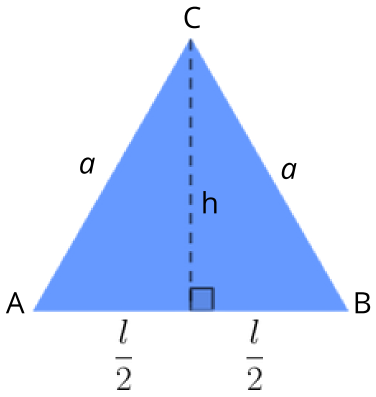
Um triângulo retângulo é aquele que possui um ângulo de 90°. Nesse tipo de triângulo, os dois lados que formam o ângulo reto são chamados de catetos, e o lado oposto ao ângulo reto é chamado de hipotenusa.
A fórmula para calcular a área de qualquer triângulo é:



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

No caso do triângulo retângulo, essa fórmula se aplica de forma simples e direta, pois os catetos assumem o papel da base (b) e da altura (h).

ÁREA DO TRIÂNGULO EQUILÁTERO



Um triângulo equilátero é aquele que possui todos os lados com medidas iguais e todos os ângulos internos medindo 60°. Isso faz com que ele seja uma figura bastante simétrica e especial dentro da geometria.
Para calcular a área (**A**) de um triângulo equilátero com lado medindo l, utilizamos a seguinte fórmula:

$$A = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

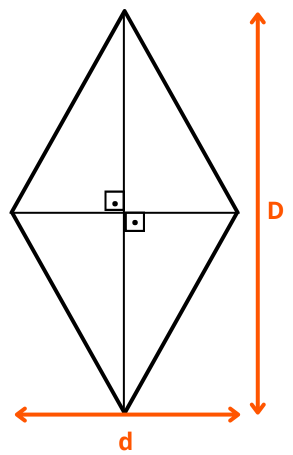
Exemplo 2. Calcule a área de um triângulo equilátero cujo lado mede 6 cm.

$$A = \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{36 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9 \cdot \sqrt{3}\ cm^2$$

ÁREA DO LOSANGO

Um losango é um quadrilátero que possui todos os lados com a mesma medida. Suas diagonais se cruzam em ângulo reto (90°) e são perpendiculares entre si. Além disso, as diagonais se cortam ao meio.
A área do losango (**A**) pode ser calculada com base nas medidas de suas diagonais maior (**D**) e menor (**d**), usando a seguinte fórmula:

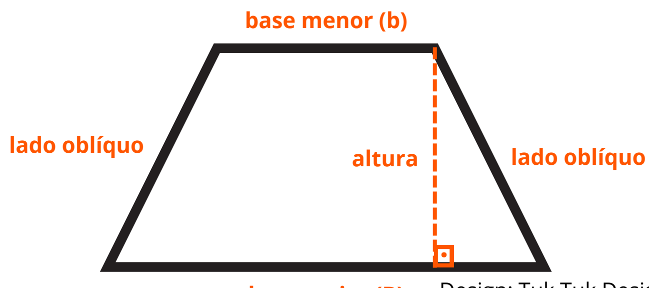
$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$



Design: Musbila / Fonte: Canva

ÁREA DO TRAPÉZIO

Chamamos de trapézio uma figura plana fechada que possui quatro lados, sendo que dois deles são paralelos e os outros dois não. Os lados paralelos são conhecidos como bases, um deles é a base maior, e o outro a base menor do trapézio.



Design: Tuk Tuk Design / Fonte: Canva

Conhecemos três tipos de trapézio:

- o ***trapézio é escaleno*** quando os lados não paralelos são diferentes;
- o ***trapézio é isósceles*** quando os lados não paralelos são congruentes; e
- o ***trapézio é retângulo*** quando um lado não paralelo faz um ângulo de 90º com as bases da figura.

Para calcular a ***área de um trapézio***, é necessário conhecer o valor da base maior B, da base menor b e da altura h do polígono. Conhecendo o valor de cada uma delas, utilizamos a fórmula:

$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

ÁREA DO CÍRCULO

Um círculo é a região plana delimitada por uma circunferência. Ou seja, é toda a área interna de uma circunferência.

- A circunferência é a linha curva fechada.
- O raio (r) é a distância do centro até qualquer ponto da circunferência.
- O diâmetro (d) é o dobro do raio: ele liga dois pontos da borda passando pelo centro.

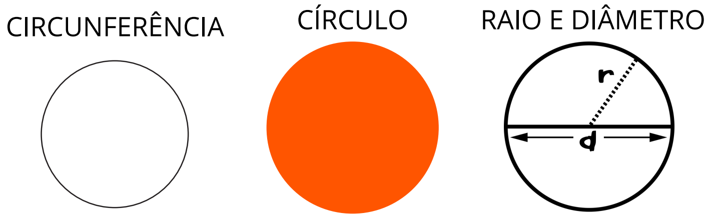


Imagem produzida no Canva

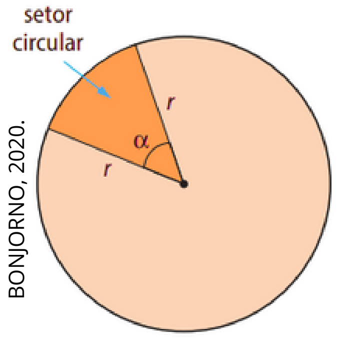
A fórmula da área do círculo está diretamente relacionada ao seu raio. Em um círculo de raio r, sua área A é obtida pela fórmula:

$$A = \pi r^2$$

Em que π é um número irracional aproximadamente igual a 3,1415.

ÁREA DO SETOR CIRCULAR

Setor circular é a região do círculo delimitada por um dos seus ângulos centrais. Vamos calcular a área de um setor circular (A_α) relativo a um ângulo central α, montando uma regra de três simples que relacione a medida do ângulo central e a área:



$$360^\circ - \pi r^2$$
$$\alpha - A_\alpha$$

Portanto:

$$A_\alpha = \frac{\alpha \cdot \pi r^2}{360^\circ}$$

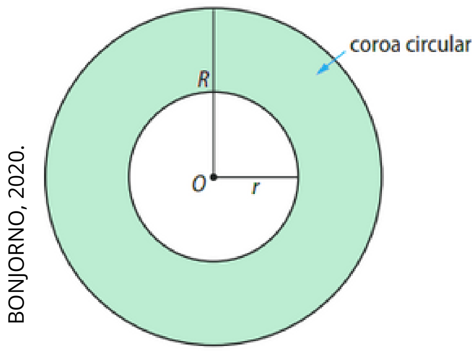
Exemplo 3. Imagine uma fatia de pizza que representa um setor circular de um círculo com raio de 10 cm. Essa fatia corresponde a um ângulo central de 60°. Qual é a área da fatia?

$$A_\alpha = \frac{\alpha \cdot \pi r^2}{360^\circ}$$

$$A_\alpha = \frac{60^\circ \cdot \pi \cdot 10^2}{360^\circ} = \frac{60^\circ \cdot \pi \cdot 100}{360^\circ} = \frac{600^\circ \cdot \pi}{360^\circ} = \frac{5 \cdot \pi}{3}\ cm^2$$

ÁREA DO COROA CIRCULAR

A coroa circular é a região plana que fica entre dois círculos concêntricos, ou seja, com o mesmo centro, mas com raios diferentes.
Imagine um anel ou uma pista de corrida: a parte entre o círculo de dentro e o de fora é uma coroa circular.



A área ***A*** de uma coroa circular é igual à diferença entre a área do círculo maior e a do círculo menor cujos raios medem ***R*** e ***r.*** Nesse caso temos :

$$A = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2$$
$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

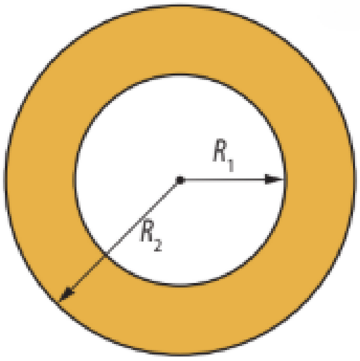
Exemplo 4. Uma coroa circular tem raio externo de 6 cm e raio interno de 4 cm. Qual é sua área?

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$
$$A = \pi \cdot (6^2 - 4^2)$$
$$A = \pi \cdot (36 - 16)$$
$$A = 20\pi\ cm^2$$

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1

Em um parque urbano, foi construído um jardim ornamental em forma de dois círculos concêntricos. O espaço entre o círculo maior e o círculo menor foi preenchido com flores de cor amarelo vibrante, criando um anel decorativo ao redor da área central com grama. O raio da parte interna (grama) é de 3 metros, enquanto o raio da parte externa (final do jardim) é de 5 metros.



A administração do parque quer saber qual é a área da região florida (amarela), para calcular a quantidade de flores usadas por metro quadrado. Encontre o valor da área amarela. Use π ≈ 3,14.

SOLUÇÃO

Dados do problema:
Raio interno: R_1 = 3m
Raio externo: R_2 = 5 m

A coroa circular é a diferença entre a área do círculo maior e do círculo menor:

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$
$$A = \pi \cdot (5^2 - 3^2)$$
$$A = \pi \cdot (25 - 9)$$
$$A = 16\pi$$
$$A = 16 \cdot 3,14$$
$$A \approx 50,24\, m^2$$

A área da região colorida de amarela (coroa circular) é de aproximadamente 50,24 m².

Material Extra

LIVRO MATEMÁTICA EM CONTEXTOS - GEOMETRIA PLANA E GEOMETRIA ESPACIAL

- Para consolidação dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos as atividades das páginas: 21, 22, 29, 30 e 31

LIVRO MATEMÁTICA PRISMA - GEOMETRIA

- Para consolidação dos conteúdos apresentados neste material, sugerimos as atividades das páginas: 16, 17, 18, 21.

ASSISTA AOS VÍDEOS E REALIZE AS ATIVIDADES APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.

Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas II

Área de setores circulares

Resolva problemas de área de círculos

Atividades

ATIVIDADE 1

Ana precisa instalar um vidro triangular em uma janela. Ela mediu os lados do triângulo e encontrou as seguintes medidas: 6 metros, 8 metros e 10 metros. Ana quer calcular a área do vidro e vai usar a fórmula de Herão para verificar se o valor cabe no orçamento. Com base nas medidas fornecidas, qual é a área do vidro triangular?

A) 24 m^2
B) 30 m^2
C) 36 m^2
D) 42 m^2
E) 48 m^2

ATIVIDADE 2

João está planejando construir um piso para sua área de lazer utilizando ladrilhos retangulares. Cada ladrilho tem as dimensões de 20 centímetros de comprimento e 30 centímetros de largura. Ele quer cobrir uma área total de 60 metros quadrados. Quantos ladrilhos João precisará para cobrir toda essa área?

A) 100 ladrilhos
B) 300 ladrilhos
C) 600 ladrilhos
D) 900 ladrilhos
E) 1 000 ladrilhos

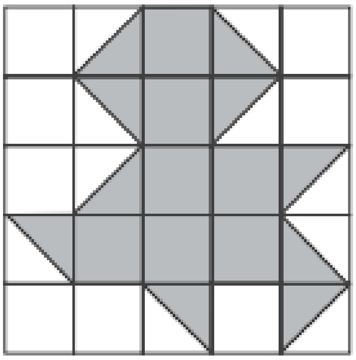
ATIVIDADE 3

Um terreno retangular tem 40 metros de comprimento por 18 metros de largura. Nele será colocado um tablado quadrado de 10 metros de lado. O restante desse terreno será recoberto com grama. Qual a medida da área que será gramada?

A) 66 m^2
B) 76 m^2
C) 620 m^2
D) 710 m^2
E) 720 m^2

ATIVIDADE 4

A malha quadriculada tem todos os quadradinhos de mesma medida e representa um calçamento. A parte que aparece sombreada tem área igual a 108 metros quadrados e está danificada, será totalmente refeita. Portanto, a parte do calçamento que não será refeita mede



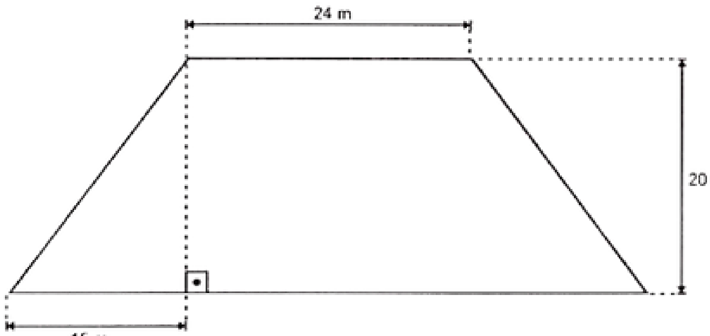
https://jucienebertoldo.wordpress.com/wp-content/uploads/2018/06/emc-3c2aa-sc3a9rie-lista-02.pdf

A) 54 m^2.
B) 97 m^2.
C) 105 m^2.
D) 116 m^2.
E) 117 m^2.

ATIVIDADE 5

Um espetáculo musical foi realizado em um terreno com o formato de um trapézio isósceles, conforme ilustrado no desenho abaixo. Havia 9 pessoas assistindo a esse espetáculo em cada metro quadrado desse terreno. Quantas pessoas assistiram a esse espetáculo musical nesse terreno?

A) 1 152
B) 4 860
C) 5 670
D) 7 020
E) 9 720



Fonte: Canal matematicarlos.
Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=qcJYSZplOfA

ATIVIDADE 6

Mariana trabalha como designer de joias e está criando um colar com um pingente em formato de losango. Ela precisa calcular a área do pingente para definir a quantidade de material necessário e o custo da peça. Para tornar o pingente visualmente equilibrado, Mariana optou por uma diagonal maior de 12 cm e uma diagonal menor de 8 cm. Sabendo que cada centímetro quadrado do material custa 5 reais, quanto Mariana gastará apenas com o material do pingente?

A) 200 reais
B) 240 reais
C) 260 reais
D) 300 reais
E) 320 reais

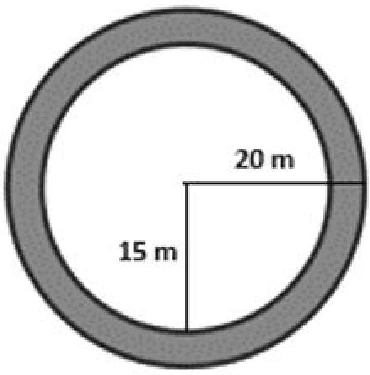
ATIVIDADE 7

O proprietário de uma brinquedoteca deseja personalizar a lona de um de seus pula-pulas, que possui formato circular. A lona foi dividida em quatro partes iguais, e ele pretende personalizar apenas uma dessas partes. Sabendo que o raio da lona mede 1,5 metro e considerando $\pi = 3$, a área da parte que será personalizada é aproximadamente de:

A) 6,75 m²
B) 2,25 m²
C) 1,70 m²
D) 1,55 m²
E) 1,25 m²

ATIVIDADE 8

Uma praça utilizada como rotatória será reformada e nela será construída uma pista para caminhada em forma de coroa circular, como na figura abaixo.



Cada metro quadrado da pista custará à prefeitura R$ 400,00. A praça possui 20 metros de raio externo, sendo que a parte interna à pista é um círculo de 15 metros de raio. Quanto a prefeitura gastará com a pista, em reais, considerando a aproximação $\pi = 3,1$?

A) 28 000
B) 70 000
C) 140 000
D) 217 000
E) 300 000

O texto a seguir serve para as questões 9 e 10.

O **Teorema de Pick** permite calcular áreas de polígonos simples, contidos em uma malha reticulada, por meio da **contagem dos nós**, ou seja, por meio da contagem dos pontos de intersecção das retas da malha.

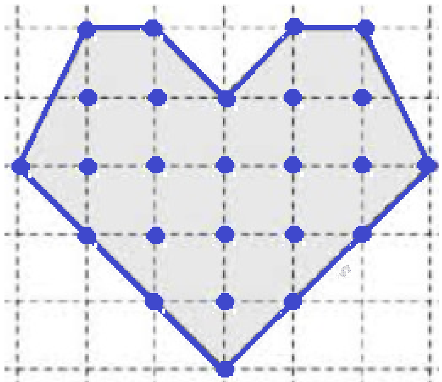
Sendo **I** a quantidade de pontos no **interior** do polígono e **P** a quantidade de pontos sobre o seu **perímetro** então a **área A** desse polígono é dada por uma expressão conhecida como Teorema de Pick

$$A = I + \frac{P}{2} - 1$$

(Souza, Fabrício Oliveira - 2013 - Teorema de Pick: uma nova abordagem sobre área de figuras planas para o ensino básico)

ATIVIDADE 9

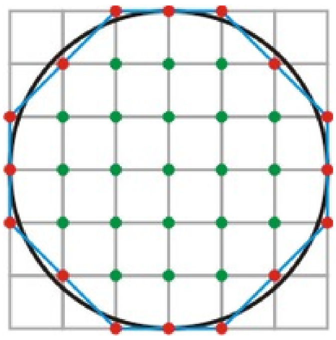
A figura plana a seguir é um polígono de 8 lados (octógono) com formato de coração. Usando o **Teorema de Pick** podemos calcular a área (em unidades quadradas) desse polígono e encontrar:



https://www.matematicarlos.com/2023/12/desafio-matematico_97.html

A) 17 unidades quadradas
B) 18 unidades quadradas
C) 19 unidades quadradas
D) 20 unidades quadradas
E) 21 unidades quadradas

ATIVIDADE 10



A Fórmula de Pick e a aproximação de PI.
Fonte: https://www.obaricentrodamente.com/2011/02/formula-de-pick-e-aproximacao-de-pi.html

A circunferência da figura tem raio medindo 3 unidades e foi contornada por um polígono de 8 lados, sendo assim, a área do círculo em seu interior pode ser aproximada pela área do polígono. Usando o **Teorema de Pick**, podemos calcular a área do polígono e aproximar a área do círculo em

A) 20 unidades quadradas
B) 22 unidades quadradas
C) 24 unidades quadradas
D) 26 unidades quadradas
E) 28 unidades quadradas

Referências

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 3. São Paulo: Ática, 2020

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – geometria . São Paulo: FTD, 2020.

KHAN ACADEMY. Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas II . Disponível em:https://pt.khanacademy.org/math/recomposicao-da-aprendizagem-3-serie-parana/x2fdf8b118084f869:1-trimestre-semana-6-a-9/x2fdf8b118084f869:untitled-84. Acesso em: 15 abr. 2025.

ACADEMIA KHANACADEMIA KHAN. Área de setores circulares . Disponível em:https://pt.khanacademy.org/math/basic-geo/x7fa91416:circles-cylinders-cones-and-spheres/x7fa91416:area-and-circumference-of-fractions-of-circles/e/area-and-circumference-of-parts-of-circles . Acesso em: 15 abr. 2025.

ACADEMIA KHANACADEMIA KHAN. Resolva problemas de área de círculos. Disponível em: https://pt.khanacademy.org/math/3-serie-em-mat-sp/x08986e37a150210b:untitled-307/x08986e37a150210b:ef08ma19-aula-khan-revisao-problemas-com-area-de-circulos/e/resolva-problemas-de-area-de-circulos. Acesso em: 15 abr. 2025.