

Material Estruturado



SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

1ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

RAZÃO, PROPORÇÃO E GRANDEZAS

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRIPTOR(ES) DO PAEBES / AMA
EF09MA07 - Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica. EM13MAT314 Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).	- Diferenciar taxas, índices e razões em situações contextualizadas. - Resolver problemas que envolvam taxas, índices e razões entre duas grandezas de mesma ou de diferentes espécies. - Identificar que unidades de medida (velocidade média, densidade de um corpo, densidade demográfica, potência elétrica, etc.) são definidas pela divisão e/ou pela multiplicação de outras grandezas de mesma natureza ou não. - Solucionar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou produto das medidas, como o consumo de energia elétrica de um aparelho conhecendo sua potência elétrica e seu período de funcionamento, ou o tempo necessário para que um dado pacote de dados (em Gigabytes, Megabytes etc.) se esgote conhecendo a velocidade de transferência de dados utilizada (kilobytes por segundo, megabytes por segundo etc.).	D027_M Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).

Contextualização



O Instituto Jones dos Santos Neves (IJSN) publicou em 2023 o décimo volume da série Cadernos Desenvolvimento Regional Sustentável - DRS. Com o tema "Povos Indígenas e Quilombolas no Espírito Santo"

Segundo o Instituto Jones dos Santos Neves (IJSN), o Espírito Santo abriga 18 localidades indígenas, em sua maioria em Aracruz, e cerca de 87 localidades quilombolas, distribuídas por 28 municípios, destacando-se Conceição da Barra e São Mateus. Esses números permitem refletir sobre questões como **densidade demográfica** e a relação entre população e território, aspectos que podem ser analisados matematicamente para entender melhor a organização e os desafios dessas comunidades.

Por exemplo, em Aracruz, a população indígena representa 3% da população total do município. Esse dado nos leva a pensar sobre a proporção de terras ocupadas por essas comunidades e como elas são integradas ao restante do município. Já nas localidades quilombolas, podemos calcular a densidade populacional para compreender a distribuição da população em relação ao território, considerando fatores como acesso a recursos básicos, infraestrutura e serviços públicos.

Essas análises mostram como a matemática pode ser aplicada em situações do dia a dia, ajudando a compreender a resolução de problemas sociais e econômicos. A **razão** e o **produto de grandezas**, como a **densidade populacional** e o **consumo de energia** por habitante, são exemplos de ferramentas matemáticas úteis para estudar a interação entre diferentes variáveis que impactam a vida das pessoas.

Dessa forma, o estudo das relações matemáticas entre **grandezas** não se limita ao papel e aos números. Ele nos permite entender melhor o mundo em que vivemos, incluindo a realidade das comunidades indígenas e quilombolas, cujas necessidades e desafios podem ser incluídos com o auxílio de análises matemáticas.

Ao longo deste material, exploraremos esses conceitos matemáticos que podem ser aplicados em contextos reais, ampliando nossa visão sobre o papel da matemática na sociedade.

Conceitos e Conteúdos

“A **razão e o produto de grandezas**, como a **densidade populacional** e o **consumo de energia** por habitante, são exemplos de ferramentas matemáticas úteis para estudar a interação entre diferentes variáveis que impactam a vida das pessoas.”

Como lemos no texto de contextualização, a seguir, iremos explorar alguns conceitos matemáticos muito importantes.

Vamos relembrar, alguns conceitos:

- **GRANDEZAS:** é tudo aquilo que pode ser medido e possibilita que tenhamos características baseadas em informações numéricas e/ou geométricas. **Exemplos de grandezas** : comprimento, tempo, massa, velocidade, área, temperatura, etc...



massa



velocidade



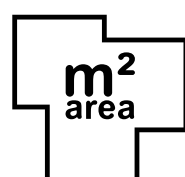
temperatura



comprimento



tempo



área

- **RAZÃO:** é dada pelo quociente entre dois números, ou seja, a divisão entre dois números, na qual deve ser respeitada a ordem dos números nessa operação.

Exemplo de razão:

Em Aracruz, estão localizadas 14 aldeias indígenas, sendo que no Espírito Santo há um total de 18. Para representar a relação entre essas quantidades, podemos escrever uma razão. A **razão** entre a quantidade de aldeias em Aracruz e o total de aldeias do estado é indicada por $14 \div 18$ ou por $\frac{14}{18}$ (lê-se: “14 está para 18”).

$$\frac{14}{18}$$

Antecedente

Consequente

Veremos a seguir algumas razões envolvendo grandezas de espécies diferentes.

VELOCIDADE MÉDIA

A medida da **velocidade média** é obtida pela razão entre a medida da distância percorrida e a medida do intervalo de tempo gasto.

Automóvel em estrada.
Nas estradas, é importante não ultrapassar o limite de velocidade.



Se um automóvel percorreu 240 quilômetros em 3 horas, então a medida de velocidade média dele, em quilômetros por hora, é calculada pela razão entre 240 e 3.

$$\frac{240 \text{ km}}{3 \text{ h}} = 80 \text{ km/h} \quad \text{ou seja, } 80 \text{ km/h.}$$

(Lemos: oitenta quilômetros por hora.)

DENSIDADE DEMOGRÁFICA

O valor da **densidade demográfica** de uma região é obtido pela razão entre a quantidade de habitantes da população e a medida de área da região.

Se um município tem população de 12 000 habitantes e medida de área de 150 km², então, dizemos que o valor da **densidade demográfica** desse município é a razão entre 12 000 e 150.

$$\frac{12\,000 \text{ hab.}}{150 \text{ km}^2} = 80 \text{ hab./km}^2 \quad \text{ou seja, } 80 \text{ hab./km}^2$$

(Lemos: oitenta habitantes por quilômetro quadrado.)

DENSIDADE DE UM CORPO

Densidade de um corpo é uma grandeza física que relaciona a massa de um objeto com seu volume. Ela indica quanto de matéria está concentrada em uma determinada unidade de volume e é uma característica importante para identificar substâncias ou materiais.

O valor da **densidade** é obtido pela razão entre a massa de um corpo e o volume que ele ocupa.

Suponha que você tenha um bloco de madeira com uma massa de 500 g e um volume de 250 cm³. Para calcular a densidade desse bloco, basta dividir a massa pelo volume:

$$\frac{500 \text{ g}}{250 \text{ cm}^3} = 2 \text{ g/cm}^3 \quad \text{ou seja, } 2 \text{ g/cm}^3$$

(Lemos: 2 gramas por centímetro cúbico)

Isso significa que a densidade do bloco de madeira é de 2 g/cm³.

VELOCIDADE DE TRANSFERÊNCIA DE DADOS

A razão de transferência de dados é um número que representa a velocidade com que os dados fluem entre dispositivos ou através de uma rede.

Essa razão pode ser medida em diferentes unidades de tempo, como segundos, minutos ou horas, e geralmente é expressa em unidades como bits por segundo (bps), bytes por segundo (B/s), kilobits por segundo (kbps), megabits por segundo (Mbps), ou gigabits por segundo (Gbps), dependendo do volume de dados transmitidos.

O valor da **velocidade de transferência de dados** é obtido pela razão entre a quantidade de dados transmitidos e o tempo de transmissão.

Se você tem uma conexão de internet que transmite 20 megabytes (MB) de dados em 10 segundos, a velocidade de transferência seria calculada da seguinte forma:

- Converta megabytes para megabits : 1 byte = 8 bits, portanto,
- 20 MB = 160 megabits (Mb).
- Cálculo da velocidade de transferência :

$$\frac{160}{10} = 16 \text{ Mbps} \quad \text{ou seja, 16 Mbps} \quad (\text{Lemos: 16 megabits por segundo.})$$

Isso significa que a velocidade de transferência da sua conexão de internet foi de 16 megabits por segundo.

Veremos a seguir um **produto** envolvendo grandezas de espécies diferentes.

CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA

Consumo de energia elétrica é a quantidade de energia utilizada por um equipamento ou sistema durante um determinado período. Ele é medido em unidades como o watt-hora (Wh) ou o quilowatt-hora (kWh), onde:

- **Watt-hora (Wh):** representa o consumo de 1 watt de potência durante 1 hora.
- **Quilowatt-hora (kWh):** equivale a 1 000 watts consumidos em 1 hora e é a unidade mais comum para calcular o consumo doméstico e industrial.

O valor do **consumo de energia elétrica (E)** é obtido pela multiplicação (produto) entre a **potência do aparelho (P)** e o **tempo (t)** de uso.

Assim temos:

$$E = P \cdot t$$

Onde:

- E é o consumo de energia (em Wh ou kWh);
- P é a potência do aparelho (em watts, W);
- t é o tempo de uso (em horas, h).

Se um ventilador com potência de 50 watts for utilizado por 4 horas, ele consumirá:

$$E = 50 \cdot 4 = 200 \text{ Wh}$$

$$\frac{200}{1000} = 0,2 \text{ kWh}$$

Lemos: 0,2 quilowatt por hora (kWh).

TAXAS, ÍNDICES E RAZÕES



Diferenciando Taxas, Índices e Razões

Os conceitos de taxa, índice e razão estão presentes em nosso dia a dia de diversas formas, ajudando a interpretar informações e compreender relações entre grandezas.

Vamos diferenciar esses conceitos?

RAZÃO

É uma comparação entre duas grandezas de quaisquer naturezas e é expressa como uma divisão, na qual deve ser respeitada a ordem dos números nessa operação (antecedente e consequente).

TAXA

Taxa é razão entre as variações de duas grandezas, das quais a primeira é dependente da segunda, geralmente apresentada na forma percentual.

ÍNDICE

É um indicador usado para medir ou comparar situações ou condições que, em geral, utilizam grandezas de diferentes naturezas em seu cálculo.

Exemplos:

- Segundo os dados mais recentes do IBGE (2022), a taxa de analfabetismo no Brasil é de 6,6%. Esse índice reflete a proporção de pessoas que não sabem ler e escrever em relação à população total. O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), varia entre 0 (mínimo, indicando nenhum desenvolvimento humano) e 1 (máximo, indicando o desenvolvimento humano mais alto possível).
- O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) compara indicadores como saúde, educação e renda para medir o desenvolvimento de um país. O IDH brasileiro, calculado em 2022, está em torno de 0,754 , considerado elevado em escala global.



GRANDEZAS PROPORCIONAIS E NÃO PROPORCIONAIS

GRANDEZAS PROPORCIONAIS

Quando duas grandezas variam de forma que a razão entre elas se mantém constante, dizemos que elas são **proporcionais**. Isso significa que, se uma grandeza aumenta, a outra também aumenta ou diminui de forma correspondente, mantendo sempre a mesma razão.

Veja exemplos de **grandezas proporcionais**:

Imagine que você está realizando o download de arquivos de um serviço de armazenamento em nuvem. A velocidade da sua internet é de 10 megabytes por segundo (MB/s). Isso significa que, para cada segundo de download, você consegue transferir 10 MB de dados. Se você precisar baixar um arquivo de 50 MB, o tempo necessário será proporcional ao tamanho do arquivo. Se a velocidade da internet permanecer constante, a razão entre o **tamanho do arquivo** e o **tempo de download** será sempre a mesma. Assim:

- as grandezas : **tamanho do arquivo** e **tempo** são **grandezas proporcionais**.
- existe uma razão constante entre elas.

GRANDEZAS NÃO PROPORCIONAIS

Quando duas grandezas não estão relacionadas de forma direta ou inversa, dizemos que elas são grandezas **não proporcionais**. Ou seja, não há uma razão fixa que relacione essas grandezas de maneira constante.

Exemplo de **Não Proporcionalidade**:

No Festival Ybyporã – Celebrando a Terra Sagrada, realizado na Aldeia Irajá, em Aracruz, o **tempo** de duração das celebrações **não está diretamente** relacionado ao **número de participantes**. O evento pode durar várias horas ou até dias, reunindo danças, cantos e outras expressões culturais, mas a duração do festival não depende de quantas pessoas estão presentes.

Neste caso:

- o **tempo do ritual** e o **número de pessoas** envolvidas **não são grandezas proporcionais**.
- **não** existe uma razão constante entre elas.

Festival Ybyporã – Celebrando a Terra Sagrada' na Aldeia Irajá, em Aracruz



es.gov.br

Exercícios Resolvidos



Esse problema incentiva a compreensão de proporções e permite refletir sobre as principais causas de infrações no trânsito e como reduzi-las para um trânsito mais seguro. Discuta o tema em sala de aula!

EXERCÍCIO 1

Em uma campanha educativa, foi observado que, em um período de 35 dias, ocorreram 15 infrações de trânsito por excesso de velocidade e 20 por estacionamento irregular em uma determinada região. Com base nessa situação, responda:

- Qual é a razão entre a quantidade de infrações por estacionamento irregular e o total de infrações registradas nesse período?
- Qual é a razão entre a quantidade de infrações por excesso de velocidade e a quantidade de infrações por estacionamento irregular?
- Qual é a razão entre a quantidade de infrações por estacionamento irregular e a quantidade de infrações por excesso de velocidade?

SOLUÇÃO

Sabemos que:

- Total de infrações = 35
- Infrações por excesso de velocidade = 15
- Infrações por estacionamento irregular = 20

Agora, vamos resolver cada item:

a) A razão é calculada dividindo a quantidade de infrações por estacionamento irregular pelo total de infrações:

$$\text{Razão} = \frac{\text{Infrações por estacionamento irregular}}{\text{Total de infrações}} = \frac{20}{35}$$

$$\text{Simplificando: } \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

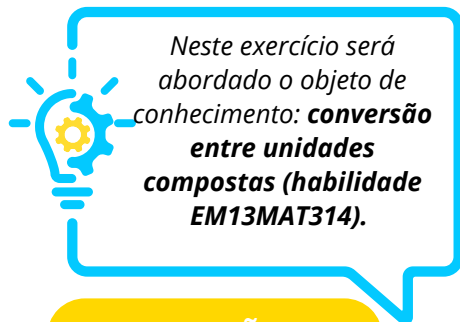
b) A razão é calculada dividindo a quantidade de infrações por excesso de velocidade pela quantidade de infrações por estacionamento irregular:

$$\text{Razão} = \frac{\text{Infrações por excesso de velocidade}}{\text{Infrações por estacionamento irregular}} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

c) A razão é calculada dividindo a quantidade de infrações por estacionamento irregular pela quantidade de infrações por excesso de velocidade:

$$\text{Razão} = \frac{\text{Infrações por estacionamento irregular}}{\text{Infrações por excesso de velocidade}} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

EXERCÍCIO 2



Um corredor percorreu 500 m em 3 minutos. Qual foi a medida de velocidade média dele em **km/h**?

SOLUÇÃO

Dados fornecidos:

Distância percorrida: 500 m

Tempo gasto: 3 minutos

A medida de **velocidade média** é obtida pela razão entre a medida da distância percorrida e a medida do intervalo de tempo gasto.

Queremos calcular a velocidade média em **km/h**, porém, a distância está em metros e o tempo em minutos. Então, precisamos transformar cada unidade de medida.

Nós sabemos que 1 quilômetro = 1 000 metros, então, 500 metros será: $\frac{500}{1000} = 0,5 \text{ km}$.

E que 1 hora = 60 minutos, então, 3 minutos será: $\frac{3}{60} = 0,05 \text{ hora}$.

Agora, com as unidades transformadas, faremos a velocidade média: $\frac{0,5 \text{ km}}{0,05 \text{ h}} = 10 \text{ km/h}$.

A velocidade média do corredor foi de **10 km/h**.

EXERCÍCIO 3

Com base nos dados do Censo 2023, o Espírito Santo possui uma população de 4 108 508 habitantes e uma área territorial de aproximadamente 46 095 km².

- Qual a densidade demográfica do estado do Espírito Santo?
- Interpretando o valor obtido, o que ele significa em termos de distribuição populacional?

SOLUÇÃO

Dados fornecidos:

População do ES: 4 108 508 habitantes.

Área do Espírito Santo: 46 095 km².

- Cálculo da densidade demográfica:

$$\frac{4\,108\,508}{46\,095} \approx 89,13 \text{ habitantes/km}^2$$

O valor da **densidade demográfica** de uma região é obtido pela razão entre a quantidade de habitantes da população e a medida de área da região.

- Densidade demográfica de 89,13 habitantes por quilômetro quadrado. Isso significa que, em média, cada quilômetro quadrado do território do estado abriga cerca de 89 pessoas. Esse valor indica uma concentração populacional moderada, mas para análises mais profundas, seria necessário considerar a distribuição desigual da população entre regiões urbanas e rurais.

Material Extra



LIVRO MATEMÁTICA EM CONTEXTOS - FUNÇÃO EXPONENCIAL, FUNÇÃO LOGARÍTMICA E SEQUÊNCIAS

- *Sugerimos a leitura do texto da página: 125, para que os estudantes exercitem a habilidade de leitura de textos científicos interdisciplinares e reforcem a habilidade EM13MAT314.*

SAIBA MAIS APONTANDO O CELULAR PARA O QR CODE ABAIXO OU CLIQUE NO BOTÃO.



RAZÕES



RAZÃO ENTRE
GRANDEZAS DIFERENTES



GRANDEZAS
PROPORCIONAIS

Atividades

ATIVIDADE 1

Lucas e sua família planejam uma viagem de carro de Vitória até o Rio de Janeiro. A distância total da viagem é de 518 quilômetros. Eles dirigem por 3 horas e depois param para almoçar por 1 hora. Após o almoço, continuam a viagem e dirigem durante 4 horas até chegar ao destino. Lucas quer calcular a velocidade média da viagem, incluindo o tempo de parada para o almoço. Qual é a velocidade média aproximada da viagem de Lucas?

- A) 60 km/h
- B) 65 km/h
- C) 70 km/h
- D) 75 km/h
- E) 80 km/h



ATIVIDADE 2

A cidade de Marataízes, no litoral Sul do Espírito Santo, possui uma área de 130,268 km² e uma população de 41 929 habitantes, segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) no ano de 2022. O prefeito de uma cidade vizinha está curioso para saber qual é a densidade demográfica de Marataízes, pois está considerando um projeto de desenvolvimento urbano similar para sua cidade. Qual é, aproximadamente, a densidade demográfica da cidade de Marataízes?

- A) 0,003 habitante por km²
- B) 0,310 habitantes por km²
- C) 32,2 habitantes por km²
- D) 322 habitantes por km²
- E) 427 habitantes por km²



marataizes.es.gov.br

ATIVIDADE 3

Carlos comprou um ar condicionado que tem uma potência de 2 000 W (watts). Ele tem usado o ar condicionado 8 horas por dia. Carlos quer saber qual será o consumo mensal de energia elétrica do ar condicionado, em kWh (quilowatt-hora), considerando um mês de 30 dias. Recorrendo à matemática, Carlos descobriu que o consumo mensal de energia elétrica do ar condicionado que ele comprou será de:

- A) 120 kWh
- B) 160 kWh
- C) 240 kWh
- D) 480 kWh
- E) 520 kwh



ATIVIDADE 4

Amanda está fazendo um experimento no laboratório de ciências para determinar a densidade de um bloco de metal. Ela mediu a massa do bloco e encontrou um valor de 1500 gramas. Em seguida, ela mediu o volume do bloco e encontrou um valor de 300 cm³. Amanda quer calcular a densidade do bloco de metal. Qual é a densidade desse bloco em g/cm³?

- A) 3 g/cm³
- B) 4 g/cm³
- C) 5 g/cm³
- D) 6 g/cm³
- E) 7 g/cm³

ATIVIDADE 5

João está baixando um grande arquivo de vídeo da internet. O arquivo tem um tamanho total de 4,5 GB (gigabytes). Ele começou o download às 14h e terminou às 14h30min, ou seja, levou 30 minutos para completar o download. João quer calcular a taxa média de transferência de dados em Mbps (megabits por segundo). Qual foi a taxa de transferência de dados média durante o download desse arquivo?



Considere que 1 gigabyte = 1024 megabytes e 1 byte = 8 bits.

- A) 12 Mbps
- B) 16 Mbps
- C) 20 Mbps
- D) 24 Mbps
- E) 28 Mbps

ATIVIDADE 6

A **vazão** é uma medida do volume de fluido (como água, ar ou outro líquido/gás) que passa através de um ponto ou uma superfície em um determinado intervalo de tempo,

ou seja, $vazão = \frac{volume}{tempo}$. Joana está enchendo uma piscina com água usando uma

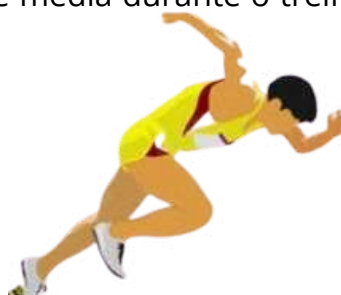
mangueira. A vazão da mangueira é de 20 litros a cada minuto. A piscina tem um volume total de 12 000 litros. Joana quer saber quanto tempo levará para encher completamente a piscina usando a mangueira. Quanto é, aproximadamente, esse tempo?

- A) 300 minutos
- B) 500 minutos
- C) 600 minutos
- D) 720 minutos
- E) 810 minutos

ATIVIDADE 7

Rafael está treinando para uma corrida e correu uma distância de 10 000 metros em 40 minutos. Ele quer saber qual foi sua velocidade média durante o treino, em km/h. Qual foi sua velocidade média nesse treino?

- A) 10,0 km/h
- B) 12,5 km/h
- C) 15,0 km/h
- D) 17,5 km/h
- E) 20,0 km/h



ATIVIDADE 8

Julia está planejando fazer uma receita de bolo que serve 8 pessoas. A receita pede 400 gramas de farinha, 200 gramas de açúcar e 100 gramas de manteiga. No entanto, Julia quer adaptar a receita para servir 12 pessoas. Ela precisa ajustar a quantidade de cada ingrediente proporcionalmente. Quantos gramas de farinha Julia deve usar para servir 12 pessoas?

- A) 600g
- B) 550g
- C) 500g
- D) 450g
- E) 400g



ATIVIDADE 9

Um carro percorre 300 km com 20 litros de combustível. Se mantiver a mesma velocidade e condições de tráfego, quantos quilômetros ele percorrerá com 25 litros de combustível?

- A) 375 km
- B) 400 km
- C) 425 km
- D) 450 km
- E) 475 km



ATIVIDADE 10

Uma empresa de tecnologia está avaliando a eficiência de dois tipos de máquinas de reciclagem. A máquina A consome 5 litros de água para reciclar 8 kg de plástico, enquanto a máquina B consome 7 litros de água para reciclar 10 kg de plástico. A empresa decidiu instalar 10 máquinas do mesmo modelo e quer escolher aquela que tiver a melhor eficiência em termos de kg de plástico reciclado por litro de água. Com base nos dados apresentados, qual seria a eficiência de cada máquina e qual delas deve ser escolhida?

- A) Máquina A: 1,6 kg/L; Máquina B: 1,43 kg/L → Escolher a máquina A.
- B) Máquina A: 1,6 kg/L; Máquina B: 1,43 kg/L → Escolher a máquina B.
- C) Máquina A: 1,5 kg/L; Máquina B: 1,4 kg/L → Escolher a máquina A.
- D) Máquina A: 1,6 kg/L; Máquina B: 1,5 kg/L → Escolher a máquina B.
- E) Máquina A: 1,4 kg/L; Máquina B: 1,6 kg/L → Escolher a máquina B.

Referências

ACADEMIA KHAN. Identificando relações proporcionais . Disponível em : <https://pt.khanacademy.org> . Acesso em: 2 dez. 2024.

BONJORNO, Giovanni Jr.; CÂMARA, Paulo. Prisma: matemática – conjuntos e funções . São Paulo: FTD, 2020.

DANTE, Luiz Roberto. Telaris – Matemática: 9º ano . 3.ed. São Paulo: Editora Ática, 2018.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contextos . Volume 1. São Paulo: Ática, 2020

KHAN ACADEMY. Analyzing and identifying proportional relationships 2. Disponível em: <https://pt.khanacademy.org/math/pre-algebra/xb4832e56:proportional-relationships/xb4832e56:identifying-proportional-relationships/e/analyzing-and-identifying-proportional-relationships-2>. Acesso em: 2 dez. 2024.

9º ANO MATEMÁTICA PROPORCIONALIDADE. Proporcionalidade e grandezas proporcionais - Matemática. YouTube, 2021. Disponível em: [<https://www.youtube.com/watch?v=9OFFffAX3wKw> . Acesso em: 2 dez. 2024.