CONEXÕES MATEMÁTICAS

QUINZENA

06

14/04 a 17/04

SEDU - 2025

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

3ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

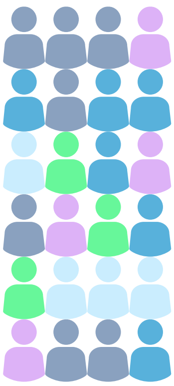
CONCEITOS DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EM13MAT202 Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos. **EM13MAT406** Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que interrelacionem estatística, geometria e álgebra.	• Planejar e realizar pesquisa estatística censitária ou amostral. • Construir tabela(s) de frequências a partir dos dados coletados. • Interpretar resultados da pesquisa estatística realizada empregando medidas de tendência central (média, moda e mediana) e medidas de dispersão (amplitude, desvio padrão ou coeficiente de variação) de uma série de dados. • Comunicar os resultados da pesquisa estatística utilizando o gráfico estatístico mais adequado para aquela situação, incluindo, se for o caso, histogramas de frequência absoluta/acumulada, polígonos de frequência simples/acumulada.	**D063_M** Corresponder listas e/ou tabelas simples aos gráficos que as representam. **D064_M** Utilizar informações apresentadas em tabelas ou gráficos na resolução de problemas.

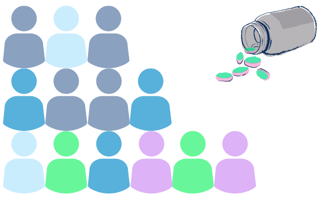
Contextualização

Na última quinzena você teve contato com os passos para realização de uma pesquisa estatística. Recorde o exemplo da indústria farmacêutica:

1 *Determinar a população da pesquisa: pessoas com diabetes.*

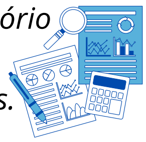


2 *Selecionar um grupo de pacientes que receberam o medicamente e serão acompanhados pela empresa.*



3 *Coletar e tabular os dados obtidos durante o período de teste do medicamento.*

4 *Os dados são analisados e é gerado um relatório interpretando os resultados obtidos.*



5 *Os resultados obtidos são comunicados para a equipe de desenvolvimento do medicamento e toma-se decisões sobre como serão as próximas etapas de teste e lançamento.*

A *etapa 2* é chamada de **amostragem**. O processo de amostragem é importante na pesquisa estatística, pois é ele que define se sua pesquisa representa a população de interesse ou não. A amostragem determina se sua pesquisa será viesada ou não, se ela é confiável ou não.

Durante esta semana daremos atenção a dois passos da pesquisa estatística: à etapa 2 (amostragem) e à etapa 4, onde os dados são analisados e são geradas as conclusões da pesquisa.

Bons estudos!

Conceitos e Conteúdos

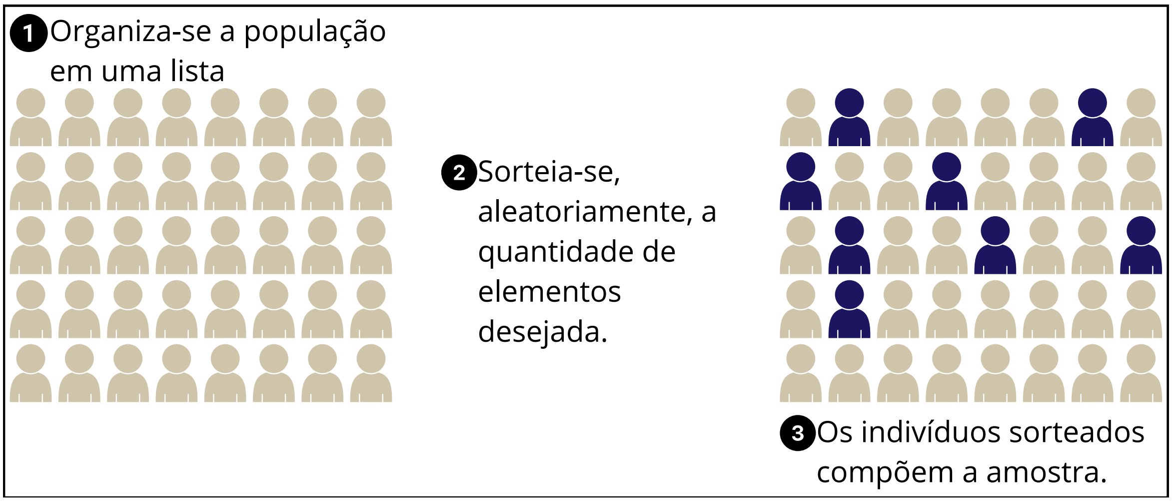
AMOSTRAGEM

A pesquisa amostral é muitas vezes preferível em relação à pesquisa censitária por diversos fatores como, por exemplo, menor custo de execução, menor tempo de processamento de dados e dificuldade de acesso a todos os indivíduos da população.
Segundo o Dicionário Brasileiro de Estatística, **amostragem** é o “processo ou ato de constituir uma amostra. Também se diz seleção”. Existem diversos tipos de amostragem, dentre eles estudaremos três tipos: amostragem aleatória simples, amostragem estratificada e amostragem sistemática.

Amostra Aleatória Simples

É o método mais simples e fundamental para selecionar uma amostra. Neste tipo de amostragem todos os indivíduos da população têm a mesma chance de participar da amostra. Para compor a amostra, segundo esse método, de uma lista com todos os indivíduos da população, sorteia-se a quantidade desejada de indivíduos.

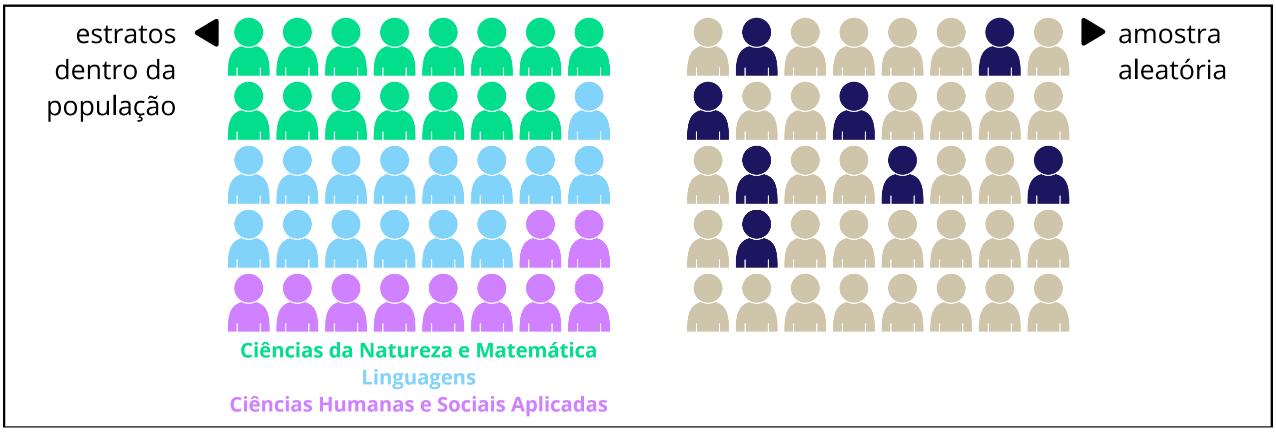
Vejamos um exemplo: dos 40 professores de uma escola, 20% deles devem ser escolhidos para participar de uma pesquisa sobre metodologia de ensino. Para resolver o problema de quem seriam os 8 professores selecionados, organizou-se uma lista com o nome de todos os professores e sorteou-se 8 números: 2, 7, 9, 12, 18, 21, 24 e 26, portanto, os professores referentes a esses números participariam da pesquisa.
O esquema abaixo ilustra a situação descrita.



Amostra Estratificada

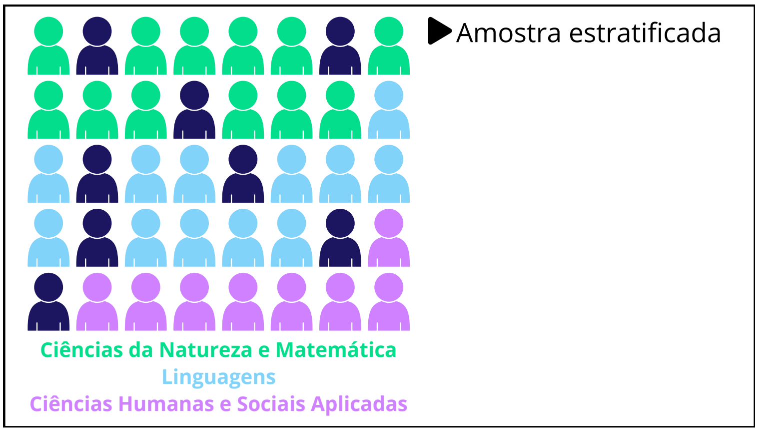
Esse tipo de amostragem é indicada quando a população for dividida em estratos (grupos), segundo alguma característica de interesse. Dentro de cada grupo deve-se executar um sorteio aleatório para selecionar quais indivíduos deverão participar da amostra. É importante que se mantenha a mesma proporção de seleção em cada estrato.

Retomemos o exemplo anterior, onde os 40 professores da escola estão divididos em 3 estratos: professores de Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias; professores de Linguagens e suas tecnologias; e professores de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, conforme indicado na ilustração abaixo.



Pelo esquema acima você pode notar que foram selecionados a mesma quantidade de professores das áreas de Ciências da Natureza e Matemática e de Linguagens, mas nenhum professor de Ciências Humanas e Sociais foi selecionado e a amostra anterior pode ser tendenciosa. Para solucionar esse problema podemos utilizar a amostragem estratificada.

Dentro de cada estrato devemos selecionar 20% dos professores para participar da pesquisa. Assim, devemos escolher 3 professores de Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias, 3 professores de Linguagens e suas tecnologias e 2 professores de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas. Mediante sorteio escolheremos os professores 2, 7 e 12 para o grupo de Ciências da Natureza e Matemática; 18, 21 e 26 para o grupo de Linguagens; e 31 e 33 para o grupo de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas. Assim, nossa amostra seria:



Amostra Sistemática

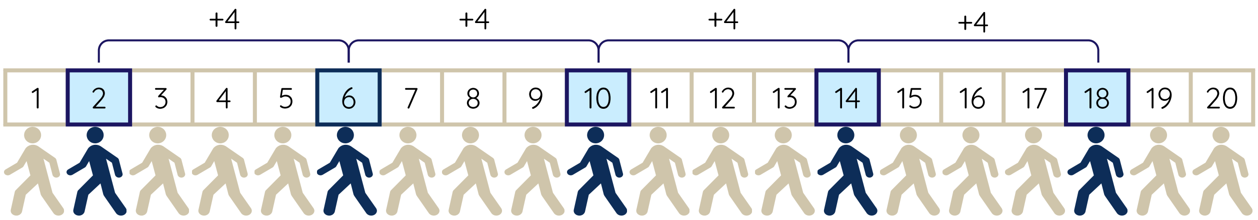
Esse tipo de amostragem se assemelha com a Amostragem Aleatória Simples e é útil quando a população se encontra, de alguma forma, ordenada (data de nascimento, por nome, em fila etc). De uma população com ***N*** *indivíduos deseja-se escolher* ***n*** *indivíduos e, para isso, dividimos os* ***N*** *indivíduos em* ***m*** *grupos de* ***n*** *elementos. Para executar esse tipo de amostragem devemos agir da seguinte forma:*

Inicialmente determinamos $m = \frac{N}{n}$. *O primeiro elemento selecionado é sorteado entre os indivíduos de 1 a m, no primeiro grupo, depois disso, os demais indivíduos são selecionados somando m à posição do primeiro indivíduo selecionado.*

Para melhor entender esse tipo de amostragem considere a seguinte situação: em uma clínica médica serão atendidos, em um dia, 20 pacientes por um novo médico, que deverá ser contratado somente se obtiver bons resultados em uma pesquisa de satisfação. Como apenas um secretário não daria conta de fazer a pesquisa com todos os pacientes, a equipe da clínica decidiu fazer uma amostragem sistemática, para escolher 5 dentre os 20 pacientes que participariam da pesquisa.
O primeiro passo é encontrar o valor de m:

$$m = \frac{20}{5} = 4.$$

Agora, sorteia-se um número entre 1 e 4. Digamos que foi sorteado o número 2. Assim, o primeiro paciente a participar da pesquisa é o 2º paciente do dia. Para completar a pesquisa devemos ir somando 4 a partir do número 2 até que obtenhamos os 5 pacientes selecionados:



Portanto, a pesquisa de satisfação será realizada com os 2º, 6º, 10º, 14º e 18º pacientes atendidos num determinado dia.

Prezada Professora, Prezado Professor,

O exercício resolvido 1 deste material traz quatro situações de amostragem, que deverão ser classificadas em um desses três tipos apresentados. Sugerimos que no momento em que o exercício for discutido com os estudantes, levante-se questões acerca dos problemas que o tipo de amostragem pode gerar para aquela pesquisa, ou o que aconteceria caso o método de amostragem fosse outro. É interessante que os alunos reflitam e discutam, coletivamente, sobre esses pontos.

Cálculo da Variância e desvio-padrão amostral

Nas quinzenas anteriores determinamos a variância e o desvio-padrão de um conjunto de dados das seguintes formas:

Variância populacional: $\sigma^2 = \dfrac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$.

Desvio-padrão populacional: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

No entanto, essa forma de cálculo só é adequada quando o conjunto de dados é populacional. No caso de um conjunto de dados amostral, devemos efetuar o cálculo da variância e do desvio-padrão como segue:

Variância amostral: $s^2 = \dfrac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2}{n-1}$.

Desvio-padrão amostral: $s = \sqrt{s^2}$.

O processo de cálculo segue da mesma forma como já vimos mas, ao invés de fazer a divisão pelo número total de elementos (n), fazemos a divisão pelo número total de elementos n menos 1 (n-1).

Prezada Professora, Prezado Professor,

uma elucidação intuitiva para o fato apresentado acima pode ser obtida neste vídeo ou acessando o QR Code ao lado.

Prezada Professora, Prezado Professor,

na próxima seção e no exercício resolvido 2 (proposta de atividade) o cálculo da variância e do desvio-padrão se darão a partir de um conjunto de dados amostral. É importante retomar e discutir essa diferença com os alunos.

RESUMO DA PESQUISA ESTATÍSTICA

Após selecionar uma amostra e coletar os dados é hora de organizar esses dados e tirar conclusões. Para isso, é muito comum que recorramos a tabelas de frequências, gráficos e medidas de tendência central e dispersão, quando for o caso.
Vamos construir um relatório a partir do seguinte problema:

Uma nutricionista deseja estudar o colesterol dos idosos que frequentam uma academia de natação da cidade em que ela mora. Para isso, ela selecionou de forma aleatória 20 pessoas e coletou amostras do sangue para determinar valores do colesterol total, obtendo os seguintes resultados:

148 mg/dL	*178 mg/dL*	*196 mg/dL*	*207 mg/dL*	*223 mg/dL*
166 mg/dL	*183 mg/dL*	*196 mg/dL*	*209 mg/dL*	*224 mg/dL*
173 mg/dL	*187 mg/dL*	*200 mg/dL*	*216 mg/dL*	*225 mg/dL*
177 mg/dL	*187 mg/dL*	*206 mg/dL*	*222 mg/dL*	*231 mg/dL*

Para construir o relatório a partir destes dados, construiremos três tipos de gráficos: diagrama de ramos e folhas, diagrama de caixa e histograma, portanto, necessitamos das medidas de posição e dispersão abaixo:

MÉDIA	
MODA	187 e 196
1º QUARTIL	
MEDIANA	
3º QUARTIL	

VARIÂNCIA	
DESVIO-PADRÃO	
AMPLITUDE	83,00
MAIOR VALOR	231,00
MENOR VALOR	148,00

Os valores já preenchidos são de fácil obtenção a partir dos dados apresentados. O menor valor observado é 148 mg/dL e o maior valor observado é 231 mg/dL, portanto a amplitude do conjunto de dados é igual a 83 mg/dL. Já a moda, o valor que apresenta maior frequência na amostra, é dada por dois valores: 187 mg/dL e 196 mg/dL.
Como os dados já estão em rol, vamos agora proceder com os cálculos da mediana e dos primeiro e terceiro quartis.

Como temos 20 observações a mediana será obtida pela média aritmética entre a 10ª e 11ª observação:

$$Mediana = \frac{196 + 200}{2} = 198\, mg/dL.$$

O primeiro quartil é calculado como a mediana entre as 10 primeiras observações e o terceiro quartil é calculado como a mediana entre as 10 últimas observações:

$$Q_1 = \frac{178 + 183}{2} = 180,5\, mg/dL. \qquad Q_3 = \frac{216 + 222}{2} = 219\, mg/dL.$$

A partir desses dados podemos obter os limites inferior (LI) e superior (LS), para a construção do diagrama de caixa:

$$LI = Q_1 - 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1) = 180,5 - 1,5 \cdot (219 - 180,5) = 122,75\ mg/dL.$$
$$LS = Q_3 + 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1) = 219 + 1,5 \cdot (219 - 180,5) = 276,75\ mg/dL.$$

Vamos agora determinar a média, variância e desvio padrão.
Para o cálculo da média devemos somar todos os valores de colesterol e dividir pelo tamanho da amostra:

$$\overline{Colesterol} = \frac{148 + 166 + 173 + \cdots + 225 + 231}{20} = \frac{3\,954}{20} = 197,7\ mg/dL.$$

A partir do valor da média podemos obter a variância, para isso, vamos construir a tabela para auxiliar os cálculos.

colesterol	média	colesterol-média	(colesterol-média)²
148	197,7	-49,7	2 470,09
166	197,7	-31,7	1 004,89
173	197,7	-24,7	610,09
177	197,7	-20,7	428,49
178	197,7	-19,7	388,09
183	197,7	-14,7	216,09
187	197,7	-10,7	114,49
187	197,7	-10,7	114,49
196	197,7	-1,7	2,89
196	197,7	-1,7	2,89
200	197,7	2,3	5,29
206	197,7	8,3	68,89
207	197,7	9,3	86,49
209	197,7	11,3	127,69
216	197,7	18,3	334,89
222	197,7	24,3	590,49
223	197,7	25,3	640,09
224	197,7	26,3	691,69
225	197,7	27,3	745,29
231	197,7	33,3	1 108,89
		Total:	9 752,2

Como os dados são amostrais, temos

$$s^2 = \frac{9\,752,2}{19} = 513,27\ mg^2/dL^2.$$

$$s = \sqrt{513,27} = 22,66\ mg/dL.$$

Desta forma completamos nosso quadro das medidas de posição e dispersão:

MÉDIA	197,70
MODA	187 e 196
1º QUARTIL	180,5
MEDIANA	198,00
3º QUARTIL	219

VARIÂNCIA	513,27
DESVIO-PADRÃO	22,66
AMPLITUDE	83,00
MAIOR VALOR	231,00
MENOR VALOR	148,00

Como desejamos construir o histograma, é necessário determinar a tabela de frequências dos dados agrupados em classe.

Note que devemos adotar 5 classes ($\sqrt{20} = 4,47$), portanto a amplitude de classe é

$$\frac{83}{5} = 16,6\, mg/dL.$$

Daí obtemos a seguinte tabela de frequências:

Colesterol Total	**Frequência absoluta**
[148; 164,6)	1
[164,6;181,2)	4
[181,2; 197,8)	5
[197,8; 214,4)	4
[214,4; 231]	6
Total	**20**

De posse de todas estas informações podemos construir nossos gráficos:

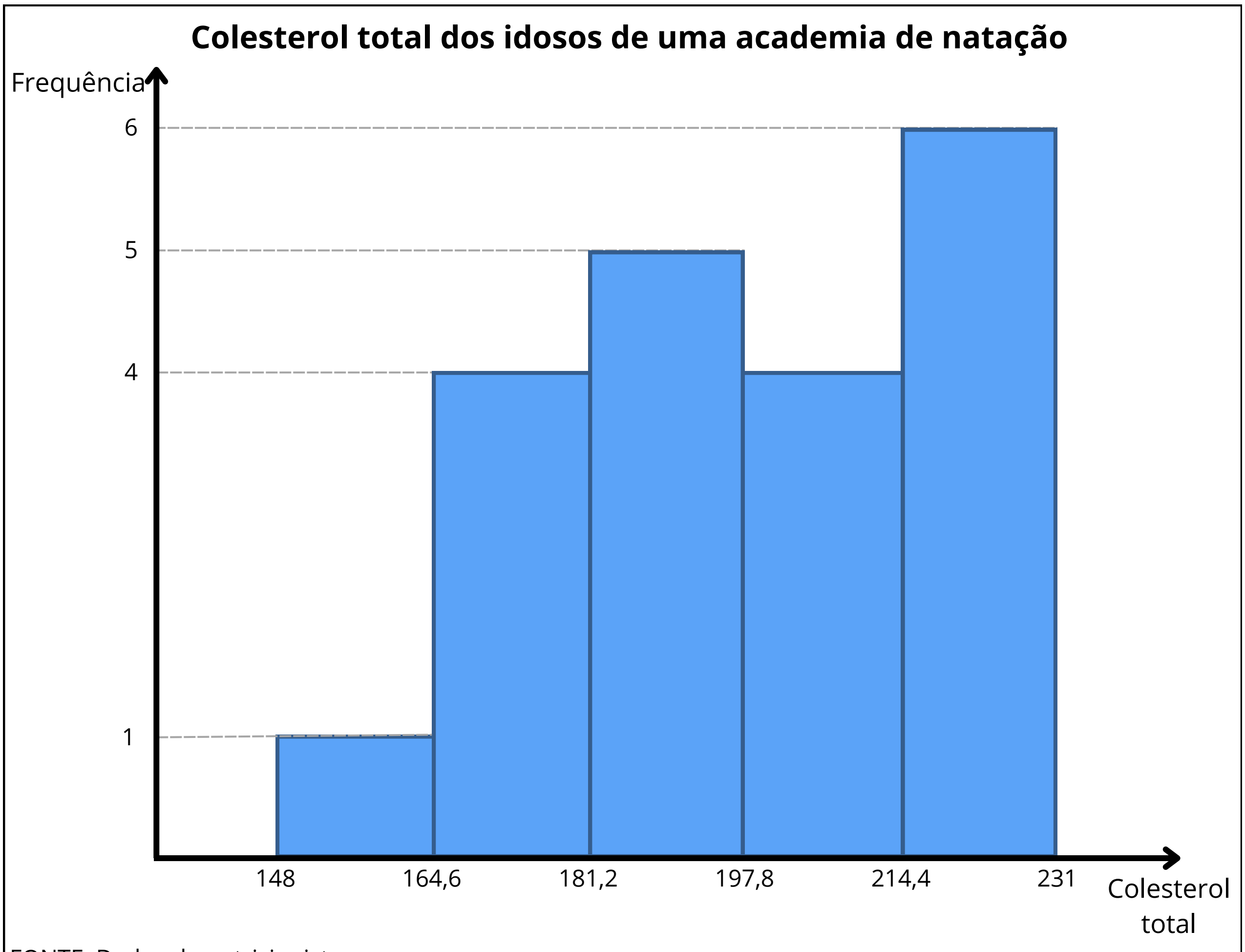
Colesterol total dos idosos de uma academia de natação

14	8
15	
16	6
17	3 7 8
18	3 7 7
19	6 6
20	0 6 7 9
21	6
22	2 3 4 5
23	1

Legenda: 14|8 significa 148

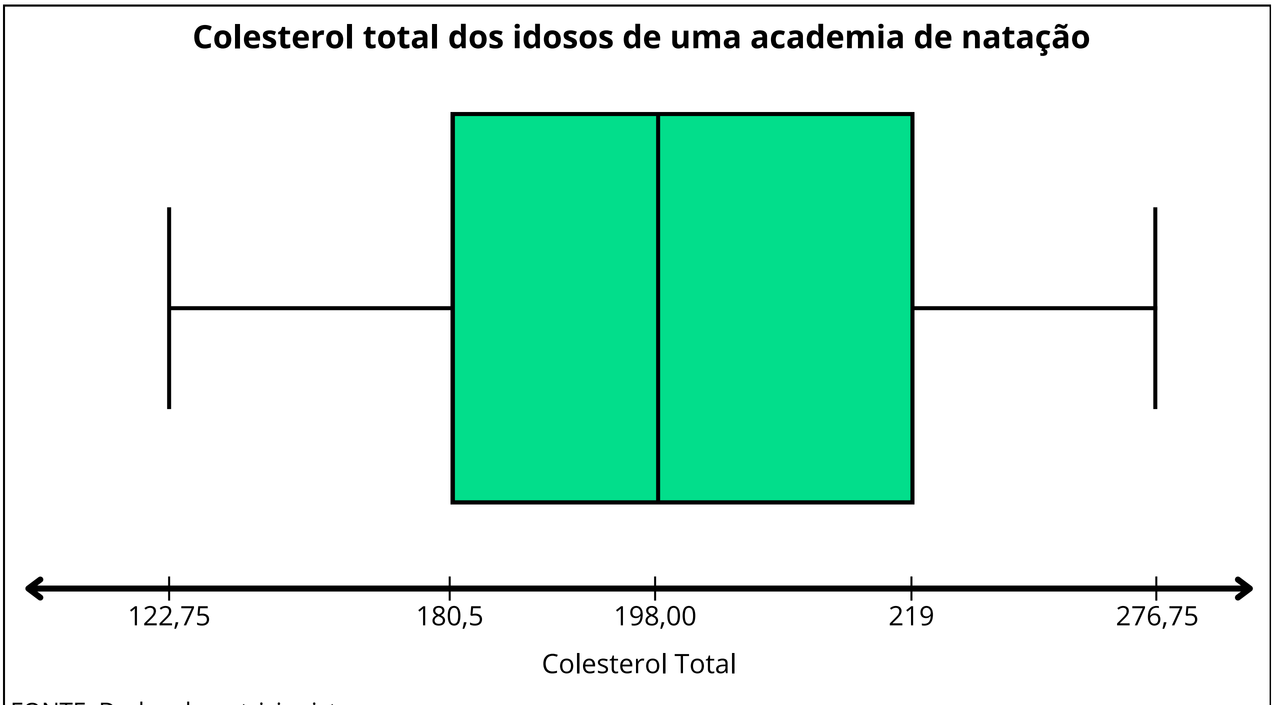
FONTE: Dados da nutricionista.

Diagrama de Ramos e folhas para os dados de colesterol total dos idosos que frequentam uma academia de natação.



FONTE: Dados da nutricionista.

Histograma de frequências para os dados de colesterol total dos idosos que frequentam uma academia de natação.



FONTE: Dados da nutricionista.

Diagrama de caixa para os dados de colesterol total dos idosos que frequentam uma academia de natação.

Além disso, é interessante obter informações adicionais sobre o problema estudado, no nosso caso, uma informação interessante são os valores de referências para adultos e idosos:

VALORES DE REFERÊNCIA	
Colesterol Total	
Desejável	Menor que 200 mg/dL
Tolerável	200 a 239 mg/dL
Alto	Maior que 240 mg/dL

disponível em: https://www.unimed.coop.br/site/documents/21910871/22650754/Folder-Colesterol.pdf. Acesso em 27 de dezembro de 2024.

Após todo o processo de cálculo e confecção dos gráficos é possível fazer algumas interpretações:

- Pelo histograma é possível notar que há uma concentração maior de pessoas com o colesterol numa faixa aproximada de 215 mg/dL a 230 mg/dL, que é uma faixa tolerável, porém próxima do alto;
- O diagrama de caixa mostra que não há nenhum valor de colesterol coletado que se encontra discrepante da amostra, portanto sua amostra não possui nenhum valor atípico com o qual devemos nos preocupar;
- A média do valor de colesterol é igual a 197,70 mg/dL, o que sugere que, em geral, o valor de colesterol dos indivíduos amostrados se encontra na faixa dos valores desejáveis, segundo a tabela referência;
- A mediana dos valor de colesterol é igual a 198 mg/dL, este valor indica que metade de amostra possui valores de colesterol desejável enquanto a outra metade da amostra possui valores de colesterol na faixa tolerável, o que deve servir de alerta para a nutricionista;
- Se a amostragem foi bem executada as conclusões acima valem para toda a amostra.

Prezada Professora, Prezado Professor,

esta foi a última semana que tratamos do assunto Estatística, propriamente dito. Portanto, trouxemos, nesta seção, todo o processo de cálculo e construção dos gráficos pensado como uma revisão geral do trabalho realizado no decorrer das rotinas pedagógicas que trataram sobre o tema.
No entanto, é importante salientar que, é possível atingir os objetivos de aprendizagem da semana apenas fazendo a interpretação dos resultados das medidas de tendência central e de dispersão e dos gráficos para gerar o relatório estatístico.
Logo, se assim o professor achar viável, a seção pode ser desenvolvida apresentando o problema, o quadro com as medidas resumo e os gráficos e, a partir destas informações, dialogar com os estudantes sobre como interpretar essas informações e a que conclusões chegar. Ao final do processo, orientamos realizar uma síntese coletiva com a turma e retomar alguns conceitos importantes das últimas semanas de estudo.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1. Em cada um dos casos abaixo indique se a amostragem utilizada foi uma Amostragem Casual Simples, Estratificada ou Sistemática.

a) Para uma pesquisa de intenção de votos, um pesquisador determinou que deverão ser entrevistadas 15% das pessoas residentes em cada bairro da cidade.

b) Para verificar se os pães produzidos em sua fábrica estão dentro dos padrões de qualidade, um empresário determinou que uma a cada 50 embalagens de pães que passam pela esteira de distribuição da fábrica deve ser selecionada para o controle de qualidade.

c) Um inspetor de vigilância sanitária de um açougue, para produzir seu relatório, seleciona 5% das peças de cada tipo de carne processada pelo açougue (frango, suína e bovina).

d) Para verificar o colesterol médio dos alunos de uma escola, uma nutricionista seleciona 50 dos 430 estudantes para fazerem o teste.

Solução:

a) Para uma pesquisa de intenção de votos, um pesquisador determinou que deverão ser entrevistadas **15% das pessoas residentes em cada bairro da cidade**.	**Amostragem Estratificada**
b) Para verificar se os pães produzidos em sua fábrica estão dentro dos padrões de qualidade, um empresário determinou que **uma a cada 50 embalagens de pães que passam pela esteira de distribuição da fábrica deve ser selecionada** para o controle de qualidade.	**Amostragem Sistemática**
c) Um inspetor de vigilância sanitária de um açougue, para produzir seu relatório, **seleciona 5% das peças de cada tipo de carne processada pelo açougue (frango, suína e bovina)**.	**Amostragem Estratificada**
d) Para verificar o colesterol médio dos alunos de uma escola, uma nutricionista **seleciona 50 dos 430 estudantes para fazerem o teste**.	**Amostragem Aleatória Simples**

EXERCÍCIO 2. Para aprofundar a ideia da pesquisa estatística, este exercício vem proposto como um estudo de caso para os estudantes. Para acessar a proposta na íntegra basta clicar no aqui ou ler o QR Code ao lado.
O material possui orientações gerais para o professor e o roteiro a ser entregue para os estudantes divididos em grupos.

Prezada Professora, Prezado Professor,

julgamos esta atividade muito importante de ser desenvolvida com os estudantes e, em virtude disso, nesta semana os exercícios propostos para os estudantes serão reduzidos. Caso o professor avalie que a atividade demanda muito tempo em sala de aula para ser desenvolvida, ela pode ser realizada em forma de atividade extraclasse ou como trabalho.

Material Extra

LIVRO DIDÁTICO

Prezado(a) professor(a), os conceitos apresentados neste material estruturado podem ser trabalhados usando os seguintes livros didáticos:

1. **Volume 6 – Coleção Prisma Matemática (Editora FTD):**

- p. 60-65

SITE

Portal da Matemática - OBMEP

https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=207#

A seção “Conceitos Básicos” traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado. Em especial, indicamos o vídeos ‘A Importância da Amostra’.

INDICAÇÃO DE LEITURA

Elementos de Amostragem

Heleno Bolfarine e Wilton Bussab

O livro é uma sugestão **PARA O PROFESSOR** que possa ter interesse de estudar os métodos de amostragem em um nível mais aprofundado do ponto de vista estatístico.

O capítulo 3 (Os numerozinhos que não estão lá) faz um ligação interessante entre os conceitos vistos anteriormente (medidas de posição e dispersão), o atual (amostragem) e o futuro conteúdo (probabilidade), de modo que suaviza as relações dentro da unidade temática “Estatística e Probabilidade”.

Atividades

ATIVIDADE 1

(TAREFA EM GRUPO) Realize uma pesquisa estatística amostral que aborde a temática da violência contra a mulher, elaborando um questionário, coletando dados e apresentando os resultados, com o objetivo de promover a conscientização sobre o tema.

Orientações:

- Grupos de 4 a 5 estudantes;
- Definir um objetivo para a pesquisa;
- Cada grupo deve elaborar um questionário com pelo menos 5 perguntas relacionadas ao tema;
- Definir o tamanho da amostra e os critérios de seleção para a coleta de dados;
- Organizar os dados coletados em uma tabela de frequências;
- Analisar os dados, a partir da tabela, e escrever uma pequena síntese destacando as conclusões da pesquisa.

ATIVIDADE 2

Uma faculdade deseja realizar uma pesquisa sobre a satisfação dos alunos em relação aos serviços ofertados por ela. A quantidade total de matriculados é de 1.200 alunos, distribuídos entre três cursos: Administração (400 alunos), Engenharia (600 alunos) e Medicina (200 alunos). A universidade decide selecionar uma amostra de 120 alunos, proporcional ao número de alunos em cada curso. Qual das alternativas abaixo descreve corretamente a abordagem da amostragem estratificada nesta situação?

A) A amostra deve ser escolhida aleatoriamente de toda a população, sem considerar os diferentes cursos.
B) A amostra deve incluir 40 alunos de Administração, 60 de Engenharia e 20 de Medicina, garantindo que cada curso seja representado proporcionalmente.
C) A amostragem estratificada é mais eficaz quando todos os estratos têm o mesmo tamanho, ou seja, todos os curso deveriam ter o mesmo número de alunos.
D) A amostra deve incluir 40 alunos de Administração, 80 de Engenharia e 20 de Medicina, garantindo uma parte diferenciada de cada curso.
E) A amostra deve considerar 40 alunos de cada curso, garantindo igualdade entre os cursos.

ATIVIDADE 3

Qual das afirmações seguintes melhor descreve o conceito de amostragem em pesquisas estatísticas?

A) A amostragem é o processo de coletar dados de toda a população para garantir resultados precisos.
B) A amostragem é a seleção de um subconjunto representativo de indivíduos de uma população para inferir características dessa população.
C) A amostragem é a técnica de analisar apenas os dados mais relevantes de uma pesquisa.
D) A amostragem é a prática de entrevistar apenas pessoas que estão disponíveis no momento da pesquisa.
E) A amostragem é a coleta de dados que ignora a diversidade da população para simplificar a análise.

ATIVIDADE 4

Uma pesquisa foi realizada com 50 alunos de uma escola pública do Espírito Santo, que irão participar do Enem 2025, para avaliar o tempo que eles gastam estudando por semana, fora da escola. Os resultados foram os seguintes (em horas):

10	9	10	11	9	12	12	15	10	12
12	11	12	14	8	14	13	14	13	8
8	14	15	10	11	15	9	11	14	6
15	13	8	12	13	10	10	12	15	12
10	10	9	15	10	11	8	9	11	14

Com base nos dados acima e nas medidas de tendência central e dispersão calculadas a seguir:

Média $\cong$ 11,4 **Moda** = 10 **Mediana** = 11 **Amplitude** = 9 **Desvio Padrão** $\cong$ 2,3

Qual das alternativas abaixo apresenta a interpretação correta dos resultados da pesquisa?

A) A média de horas estudadas é maior que a moda e a mediana; isso indica que a maioria dos alunos estuda mais do que a média.
B) A mediana é menor do que a moda; isso sugere dados muito dispersos.
C) A amplitude dos dados é baixa e o desvio padrão é alto; isso indica que os dados estão muito concentrados em torno da média.
D) A moda é o valor que mais se repete e, neste caso, representa o tempo mais comum gasto pelos alunos; portanto, o tempo mais comum de estudo é de 10 horas por semana.
E) O desvio padrão é baixo em relação à média; isso significa que há uma grande variação no tempo de estudo entre os alunos.

ATIVIDADE 5

A amostra estratificada é um método de amostragem utilizado para garantir que diferentes subgrupos de uma população sejam representados na amostra. Qual das alternativas abaixo descreve corretamente o processo de seleção de uma amostra estratificada?

A) A amostra é selecionada aleatoriamente a partir da população total, sem considerar subgrupos.
B) A população é dividida em subgrupos homogêneos, e amostras aleatórias são tiradas de cada um desses subgrupos.
C) Todos os indivíduos da população são incluídos na amostra, independentemente de suas características.
D) A amostra é escolhida apenas com base em um critério específico, como idade ou renda, sem randomização.
E) A amostra é composta por indivíduos que se apresentam em um local específico ao mesmo tempo.

Referências

MATERIAL ESTUTURADO

BOLFARINE, H.; BUSSAB, W. O. Elementos de amostragem. São Paulo: Blucher, 2005.

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática : estatística, combinatória e probabilidade**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

SESA. 51º boletim de casos acumulados de Febre do Oropouche. Disponível em: https://mosquito.saude.es.gov.br/Media/dengue/Boletim%20Epidemiologico/2024/SE%2051%202024%20-%20Boletim%20epidemiol%C3%B3gico%20de%20Febre%20do%20Oropouche.pdf. Acesso em 28 de dezembro de 2024.

ATIVIDADES

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de**. Prisma matemática:** estatística, combinatória e probabilidade. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel; DEGENSZAJN, David Mauro. **Fundamentos de matemática elementar, 11:** matemática comercial, matemática financeira, estatística descritiva. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013.

CONEXÕES MATEMÁTICAS

QUINZENA
06
22/04 a 25/04

SEDU - 2025

GOVERNO DO ESTADO DO ESPÍRITO SANTO
Secretaria da Educação

Material Estruturado

SUBSECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA E PROFISSIONAL

GERÊNCIA DE CURRÍCULO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

3ª Série | Ensino Médio

MATEMÁTICA

NOÇÕES DE PROBABILIDADE

HABILIDADE(S)	EXPECTATIVA(S) DE APRENDIZAGEM	DESCRITOR(ES) DO PAEBES
EM13MAT311 Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.	• Identificar e descrever o espaço amostral de um experimento aleatório, realizando contagem das possibilidades. • Identificar e descrever um evento em um experimento aleatório. • Calcular a probabilidade de ocorrência de um evento em um experimento aleatório e expressá-la na forma de fração, decimal e percentual.	**D065_M** Resolver problema envolvendo noções de probabilidade.

Contextualização

Imagine que um médico prescreveu um remédio e tenha informado que a probabilidade dele fazer efeito é de 94%. Mas o que isso significa? É simples, se um grande número de pessoas tomar tal remédio esperamos que 94% delas se curem, mas em 6% das pessoas isso pode não acontecer.

Poucas coisas na nossa vida são dadas com certeza absoluta. Qual a chance de chover hoje? Qual a chance de você ganhar na loteria? E qual a chance de pegar a fila mais lenta no supermercado? Será que vou ganhar ou perder num jogo de jokenpô (pedra, papel e tesoura)? Todas são questões incertas! A teoria da probabilidade vem para tratar das incertezas!

Apesar de presente na nossa vida de um modo tão natural e ser tão antiga quanto o próprio homem, a teoria da probabilidade não foi tratada como uma matéria da matemática por muitos. Desde a antiguidade lidamos com fenômenos sem uma explicação clara, no entanto, para as antigas civilizações esses tipos de fenômenos eram tidos como mensagens dos Deuses não sendo, portanto, tratada com o rigor matemático.

A probabilidade começa a ser tratada na Roma antiga por Cícero (106 a.C. – 43 a.C): ele acreditava que um evento poderia ser antecipado ou previsto, mesmo que sua ocorrência dependesse de pura sorte, e dizia que "a probabilidade é o próprio guia da vida". Cícero não chegou a desenvolver uma teoria extensiva sobre as probabilidades, seu principal legado foi o termo *probabilis*, que deu origem ao termo moderno probabilidade.

A partir de Cícero as possíveis mensagens divinas começam a ser questionadas e os eventos incertos começam a permear sistemas de governo e, principalmente, o desenvolvimento de jogos de azar: dados, cara ou coroa, jogos de cartas etc. Foi só entre os séculos XVI e XVII que temos a primeira obra a tratar dos "eventos incertos". Publicada em 1663, mais de 100 anos depois de escrita, o Livro dos Jogos de Azar, de Gerolamo Cardano, é a primeira obra a fazer uma análise racional sobre a probabilidade, apesar cometer alguns erros.

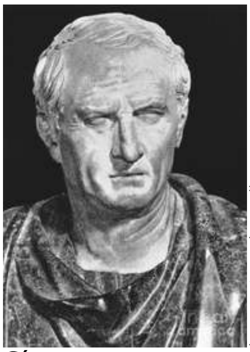
Mas a probabilidade moderna surge um pouco mais tarde, na França. Diz-se que durante uma conferência de matemáticos um famoso escritor, Antoine Gombaud, apresenta o seguinte problema:

Suponha que dois jogadores tenham apostado uma quantia de dinheiro num jogo de azar (estilo cara ou coroa) a ser dado como encerrado quando um dos jogadores vencer 3 vezes, mas que a partida tenha sido interrompida quando o primeiro jogador estiver vencendo por duas rodadas a uma. Como os jogadores terão que dividir a aposta?

Os matemáticos Pierre de Fermat e Blaise Pascal, presentes na tal conferência, depois de trocarem muitas cartas sobre o problema, chegaram a uma conclusão. Nas próximas semanas responderemos essa pergunta, dessa vez sem trocar cartas com nossos colegas!

A partir desses eventos temos a teoria das probabilidades, como iniciaremos hoje.

Bons estudos!


https://sciencephotogallery.com/
Cícero


https://sciencephotogallery.com/
Gerolamo Cardano


https://sciencephotogallery.com/
Pierre de Fermat


https://sciencephotogallery.com/
Blaise Pascal

Conceitos e Conteúdos

CONCEITOS BÁSICOS EM PROBABILIDADE

Quando estamos numa cidade ao nível do mar e colocamos a água para aquecer para fazer nosso café, a que temperatura que ela entra em ebulição? Qual a trajetória que uma bola de vôlei faz ao ser sacada em um jogo? Qual o resultado obtido ao lançar uma moeda honesta e observar sua face superior? Qual o resultado obtido ao lançar um dado honesto e observar o número em sua face superior?

Todas essas perguntas tem um ponto em comum: representam um experimento, algo que pode ser repetido quantas vezes quisermos. No entanto, existe uma diferença entre as perguntas: enquanto as duas primeiras possuem uma resposta fechada, as duas últimas não tem a mesma sorte.

Experimentos como os das duas primeiras perguntas são ditos **experimentos determinísticos**, já os das duas últimas são chamados **experimentos aleatórios**. Nosso interesse daqui para frente se encontra nos experimentos aleatórios, e podemos defini-los da seguinte forma:

Um experimento aleatório é aquele tal que mesmo repetido nas mesmas condições não se pode prever o resultado exato.

No entanto, apesar de o resultado de um experimento aleatório ser imprevisível, é possível determinar cada uma das possibilidades de que ele ocorra.

Chamamos de **espaço amostral (U)** ao conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório. O número de elementos de U será indicado por *n(U)*. Vejamos alguns exemplos:

Lançamento de um dado: Ao lançar um dado e observar o número da face voltada para cima não conseguimos prever qual será o resultado, no entanto, sabemos que os resultados só podem ser 1, 2, 3, 4, 5 ou 6, assim, U={1, 2, 3, 4, 5, 6} e n(U)=6.

Lançamento de uma moeda: Ao lançar uma moeda e observar a face superior sabemos que os resultados só podem ser cara ou coroa, assim, U={cara, coroa} e n(U)=2.

Qualquer subconjunto do espaço amostral é chamado de **evento**, e são indicados por letras maiúsculas do alfabeto. No exemplo anterior do lançamento do dado, um evento poderia ser “sair um número par”. Vamos chamá-lo de evento A, assim, A={2, 4, 6} e n(A)=3.

Temos cinco tipos de eventos que nos interessam:

1. **Evento impossível:** é o evento representado pelo conjunto vazio, ou seja, nenhum elemento do espaço amostral atende a esse evento;
2. **Evento certo:** este tipo de evento é o próprio espaço amostral;
3. **Evento simples:** é o evento que é representado pelo conjunto unitário;
4. **Eventos mutuamente exclusivos:** são dois eventos tais que os elementos de um não fazem parte do outro e vice-versa;
5. **Eventos complementares:** são dois eventos mutuamente exclusivos, mas que juntos, formam o espaço amostral.

Considere nosso experimento do lançamento de um dado. Vejamos alguns eventos:

1. A: “Sair um número maior do que 6 na face voltada para cima”, assim, A={} é um *evento impossível*.
2. B: “Sair um número maior do que zero e menor do que 10 na face voltada para cima”, assim, B={1, 2, 3, 4, 5, 6} é um *evento certo*, pois é igual ao espaço amostral.
3. C: “Sair um número par e primo na face voltada para cima”, assim, C={2}, um *evento simples*.
4. D: “Sair um número maior do que cinco na face voltada para cima” e E: “sair um número ímpar na face voltada para cima”, dessa forma, D={6} e E={1, 3, 5}. D e E não possuem elemento em comum, logo, são chamados de *eventos mutuamente exclusivos*.
5. F: “Sair um número par na face voltada para cima”, note que F={2, 4, 6}. Considere o evento E mencionado acima, perceba que E e F não possuem elementos em comum e que se unirmos os dois conjuntos chegamos em U, assim E e F são *eventos complementares*.

Cálculo de Probabilidades

A questão que falta ser respondida é: “Como calcular a probabilidade de um evento acontecer?”

Conhecendo o espaço amostral de um experimento e conseguindo quantificar o evento desejado A, podemos calcular a probabilidade do evento A acontecer da seguinte forma:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}.$$

Vejamos, a seguir, algumas situações envolvendo o cálculo de probabilidades.

Considere que uma moeda será lançada 3 vezes e o resultado de cada lançamento (face voltada para cima) será anotado. Nesse caso, denotando coroa por C e cara por K, temos as seguintes possibilidades de resultado:

CCC, CCK, CKC, KCC, CKK, KCK, KKC e KKK.

Os possíveis resultados dos lançamentos podem ser observados no diagrama ao lado. Portanto, o espaço amostral é:

U={CCC, CCK, CKC, KCC, CKK, KCK, KKC, KKK}

e n(U)=8.

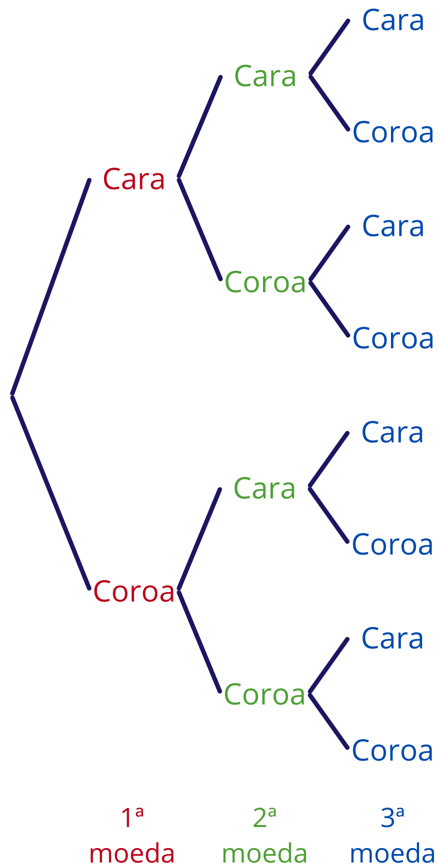
Qual a probabilidade de ocorrer exatamente duas coroas?

Neste caso, nosso evento A é "ocorrer exatamente duas coroas no lançamento de três moedas", logo,

A={CCK, CKC, KCC}

e n(A)=3. Desse modo, a probabilidade de ocorrer exatamente duas coroas é

$$P(A) = \frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%.$$



Considere, agora, que lançaremos dois dados honestos simultaneamente e somaremos os resultados das faces voltadas para cima, assim podemos ter todas as seguintes possibilidades de somas:

Dado 1 \ Dado 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Note que, ao todo, são 36 possibilidades. Agora, vamos determinar a probabilidade de que a soma dos resultados seja 8: (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3) e (6, 2), cinco possibilidades. Assim, a probabilidade do evento A: "a soma dos resultados seja 8" é

$$P(A) = \frac{5}{36} \approx 0,1389 = 13,89\%.$$

Isto é, a probabilidade de que a soma dos resultados seja 8 é, aproximadamente, igual a 13,89%.

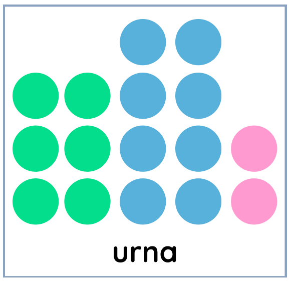
Até agora, nos problemas que resolvemos, conseguimos descrever o espaço amostral e os eventos apenas fazendo uma análise simples. No entanto, nem sempre descrever o espaço amostral e o evento é uma tarefa simples.

Pense no seguinte problema: de uma urna com 16 bolas (6 verdes, 8 azuis e 2 rosas) você deve sortear, uma após a outra sem reposição, duas dessas bolas e observar as suas cores. Qual a probabilidade que as duas bolas selecionadas sejam rosa?

Neste problema, descrever todos os resultados possíveis pode ser um tanto quanto trabalhoso, já que devemos encontrar todos os pares de duas cores. Mas observe algumas coisas:

1. A ordem em que observamos as cores das bolas não interessa no problema, isto é, selecionar uma bola verde e uma azul é o mesmo que selecionar uma bola azul e uma bola verde;
2. De todas as opções de bolas usaremos apenas duas.

Vamos determinar de quantas formas podemos selecionar duas dessas bolas:



$$\underset{1^{\text{a}}\text{ bola}}{\underline{\ 16\ }} \times \underset{2^{\text{a}}\text{ bola}}{\underline{\ 15\ }} = 240 \xrightarrow[\text{duas a duas são iguais}]{\div 2} 120 \text{ formas distintas}$$

Se você se recordar, este é um problema de combinação, portanto existem

$$C_{16,2} = \frac{16!}{2! \cdot (16-2)!} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14!}{2 \cdot 1 \cdot 14!} = \frac{240}{2} = 120$$

formas de selecionar 2 bolas dessa urna. Note que existe apenas uma forma de selecionar as duas bolas rosas, já que só existem duas, assim, considerando A como o evento "as duas bolas selecionadas sejam rosa", temos

$$P(A) = \frac{1}{120}.$$

Como você pode notar, os problemas de probabilidade muitas vezes vão esbarrar em problemas de contagem.

Professor (a),
para determinar, de maneira mais prática, alguns espaços amostrais, precisaremos recorrer à análise combinatória. Diante disso, elaboramos um material de revisão que pode ser utilizado mediante a necessidade de cada turma, ou a critério do professor. Algumas possibilidades para explorar esse material são:

- Disponibilizar para o aluno como um estudo extra escolar;
- Utilizar uma ou duas aulas da semana, dividir a turma em grupos para estudo e, no final, fazer uma síntese com a turma;
- Propor uma sala de aula invertida para os estudantes apresentarem os métodos de contagem.

Reforçamos que o desenvolvimento desta proposta é apenas uma sugestão e que o professor deve analisar a necessidade de sua realização ou não.
O material pode ser acessado por aqui ou pelo QR Code ao lado.

Exercícios Resolvidos

EXERCÍCIO 1. Na caixa de ferramentas de um marceneiro existem 5 tipos diferentes de parafusos:

- 10 parafusos francês;
- 25 parafusos sextavado;
- 40 parafusos para madeira;
- 20 parafusos auto brocante;
- 15 parafusos allen.

Ele precisa de um parafuso sextavado para finalizar uma peça. Tirando aleatoriamente um parafuso de sua caixa, qual é a probabilidade desse parafuso ser sextavado?

a) $\frac{1}{110}$ b) $\frac{1}{25}$ c) $\frac{25}{110}$ d) $\frac{25}{85}$ e) $\frac{110}{25}$

Solução: Inicialmente devemos determinar o evento que desejamos calcular. Vamos chamar de evento A, dado por "retirar um parafuso sextavado da caixa de ferramentas". Designando por U o espaço amostral, temos que:

$$\begin{cases} n(U) = 10 + 25 + 40 + 20 + 15 = 110 \\ n(A) = 25 \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{25}{110}.$$

Portanto, a alternativa correta é a letra c.

EXERCÍCIO 2. Ao sortear um número com 4 algarismos, qual a probabilidade de que o número sorteado seja menor do que 5000, divisível por 5 e seja formado apenas pelos números 2, 3, 4 e 5?

Solução: O espaço amostral, U, é o conjunto de todos os número de 4 algarismos, portanto $n(U) = 9000$ (podemos obter esse número pelo princípio fundamental da contagem: o algarismo da unidade de milhar possui 9 possibilidades de escola, exclui-se o 0; para as centenas, dezenas e unidades podemos escolher qualquer um dos 10 algarismo, assim, obtemos 9·10·10·10=9000). O evento que desejamos calcular a probabilidade é A="número menor do que 5000, divisível por 5 e seja formado apenas pelos números 2, 3, 4 e 5", vamos determinar $n(A)$:

$$\mathbf{n(A)} = \underset{\text{UM}}{\underline{3}} \times \underset{\text{C}}{\underline{4}} \times \underset{\text{D}}{\underline{4}} \times \underset{\text{U}}{\underline{1}} = 48.$$

Exceto o algarismo 5, pois o número deve ser menor do que 5000.

Obrigatoriamente o 5, pois o número deve ser divisível por 5.

Dessa forma,

$$P(A) = \frac{48}{9000} = \frac{2}{375} \approx 0,005 = 0,5\%.$$

EXERCÍCIO 3. Um hospital deverá selecionar 4 dos 12 médicos de sua equipe de cirurgia para compor uma comissão interna. Sabe-se que dos 12 médicos, 7 são mulheres e 5 são homens. Qual a probabilidade de que a comissão formada conte com, ao menos, uma mulher?

Solução: Inicialmente devemos determinar de quantas formas podemos formar uma comissão com 4 membros dentre os 12 elegíveis ($n(U)$):

$$n(U) = C_{12,4} = \frac{12!}{4! \cdot 8!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 8!} = 11 \cdot 5 \cdot 9 = 495.$$

Para determina a probabilidade de que a comissão tenha, ao menos, uma mulher devemos determinar quantas dessas comissões contam com, ao menos, uma mulher ($n(A)$). Note que temos algumas possibilidades disso acontecer:

A ordem em que escolhemos os médicos não importam, pois será formada a mesma comissão. Portanto, estamos com um problema de combinação. Vamos determinar o número de formas de montar uma comissão com cada uma das configurações acima:

- 1 mulher e 3 homens: $C_{7,1} \cdot C_{5,3} = \frac{7!}{1! \cdot 6!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 7 \cdot \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 7 \cdot 5 \cdot 2 = 70.$
- 2 mulheres e 2 homens: $C_{7,2} \cdot C_{5,2} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 = 210.$
- 3 mulheres e 1 homem: $C_{7,3} \cdot C_{5,1} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} \cdot \frac{5!}{1! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 5 = 7 \cdot 5 \cdot 5 = 175.$
- 4 mulheres: $C_{7,4} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 5 = 35.$

Portanto, existem 490 (70+210+175+35) comissões em que pelo menos um dos membros é uma mulher, daí, considerando A: "a comissão formada com, ao menos, uma mulher", obtemos:

$$P(A) = \frac{490}{495} \approx 0,9899 = 98,99\%.$$

OUTRA FORMA: Note que a condição desejada só não é alcançada se a comissão for formada somente por homens, ou seja, devemos escolher 4 dos 5 homens elegíveis:

$$C_{5,4} = \frac{5!}{4! \cdot 1!} = \frac{5 \cdot 4!}{4! \cdot 1} = 5 \Rightarrow n(A) = 495 - 5 = 490.$$

Daí,

$$P(A) = \frac{490}{495} \approx 0,9899 = 98,99\%.$$

Material Extra

LIVRO DIDÁTICO

Prezado(a) professor(a), os conceitos apresentados neste material estruturado podem ser trabalhados usando os seguintes livros didáticos:

1. **Volume 6 – Coleção Prisma Matemática (Editora FTD):**

- Problemas de contagem: Capítulo 3.
- Probabilidade: p. 108-121.

2. **Volume 5 – Coleção Matemática em Contextos (Editora Ática):**

- Problemas de contagem: Capítulo 1.
- Probabilidade: p. 60-74.

SITE

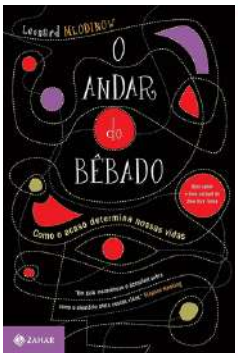
Portal da Matemática - OBMEP

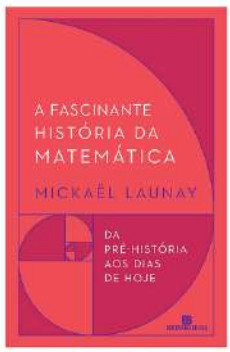
https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=46

A seção “O que é probabilidade?” traz vídeos sobre os conteúdos tratados neste material estruturado.

SUGESTÃO DE LEITURA

Em “O Andar do Bêbado”, Leonard Mlodinow, apresenta um panorama interessante sobre a aleatoriedade da antiguidade aos dias atuais. Já em “A Fascinante História da matemática”, Mickal Launay, no capítulo 15, apresenta uma ideia geral do desenvolvimento da probabilidade.





Atividades

ATIVIDADE 1

Um professor de matemática decidiu realizar um experimento com seus alunos. Ele irá lançar um dado de seis faces e, em seguida, tirar uma carta de um baralho padrão de 52 cartas. Qual é o espaço amostral total desse experimento, considerando todas as combinações possíveis do lançamento do dado e da retirada da carta?

A) 6
B) 52
C) 58
D) 102
E) 312

ATIVIDADE 2

Dados do Censo 2022 produzido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) mostram que população indígena residente no Espírito Santo é de 14 411 pessoas, das quais 4 663 residem em terras indígenas e 9 748 residem fora de terras indígenas.

Disponível em: https://ijsn.es.gov.br/Media/IJSN/PublicacoesAnexos/S%C3%ADnteses/Censo%202022%20Indigenas.pdf
Acesso em: 28 dez. 2024.

Qual é a probabilidade de que, ao escolher ao acaso, um indígena para ser representante de todos em uma solenidade, ele resida em terras indígenas?

A) 0,23
B) 0,32
C) 0,45
D) 0,50
E) 0,62

ATIVIDADE 3

Os Jogos Paralímpicos de Paris 2024 foram marcados por um desempenho impressionante de várias nações. Os 10 países que mais conquistaram medalhas foram (em ordem decrescente):

1. China - **220 medalhas** (94 ouros, 76 pratas, 50 bronzes)
2. Grã-Bretanha - **124 medalhas** (49 ouros, 44 pratas, 31 bronzes)
3. Estados Unidos - **105 medalhas** (36 ouros, 42 pratas, 27 bronzes)
4. Holanda - **56 medalhas** (27 ouros, 17 pratas, 12 bronzes)
5. Brasil - **89 medalhas** (25 ouros, 26 pratas, 38 bronzes)
6. Itália - **71 medalhas** (24 ouros, 15 pratas, 32 bronzes)
7. Ucrânia - **82 medalhas** (22 ouros, 28 pratas, 32 bronzes)
8. França - **75 medalhas** (19 ouros, 28 pratas, 28 bronzes)
9. Austrália - **63 medalhas** (18 ouros, 17 pratas, 28 bronzes)
10. Japão - **41 medalhas** (14 ouros, 10 pratas, 17 bronzes)

Disponível em: https://olympics.com/en/paris-2024/paralympic-games/medals
Acesso em: 28 dez. 2024.

No experimento aleatório de selecionar um país entre os dez que mais conquistaram medalhas nas Paralimpíadas de Paris 2024, qual dos seguintes eventos pode ser considerado um evento certo?

A) Selecionar um país que conquistou menos de 10 medalhas de ouro.
B) Selecionar um país que não conquistou medalhas de bronze.
C) Selecionar um país que conquistou exatamente 60 medalhas.
D) Selecionar um país que não participou das Paralimpíadas.
E) Selecionar um país que conquistou mais de 10 medalhas de ouro.

ATIVIDADE 4

(BONJORNO; GIOVANNI; SOUZA, 2020): Considere um conjunto de dez frutas, em que três estão estragadas. Escolhendo aleatoriamente duas frutas desse conjunto, qual a probabilidade de ambas não estarem estragadas?

A) $\frac{7}{15}$

B) $\frac{7}{45}$

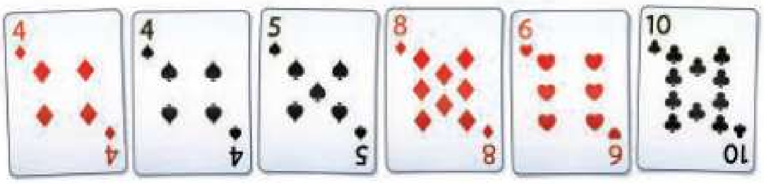
C) $\frac{2}{21}$

D) $\frac{2}{15}$

E) $\frac{1}{10}$

ATIVIDADE 5

(Adaptado de DANTE; VIANA, 2020) Existem diversos jogos que utilizam baralhos comuns, de 52 cartas. Em um desses jogos foram selecionadas as 6 cartas apresentadas abaixo: quatro de ouros, quatro de espadas, cinco de espadas, oito de ouros, seis de copas e dez de paus.



Sorteamos, aleatoriamente, uma das 6 cartas. A partir desse experimento aleatório, analise as afirmações abaixo e identifique a alternativa falsa.

A) O espaço amostral desse experimento é composto por 6 elementos.
B) Considerando o evento “sair uma carta de espadas” podemos dizer que ele contém 3 elementos.
C) A probabilidade de ser sorteada uma carta vermelha é de 50%.
D) A probabilidade de ser sorteada a carta 6 de copas é de aproximadamente 0,17.
E) A probabilidade de ser sorteada uma carta de ouros é de aproximadamente 0,33.

ATIVIDADE 6

Em um experimento aleatório em que se lança uma moeda duas vezes e se anota o resultado de cada lançamento (cara ou coroa), qual é o espaço amostral (S) desse experimento?

A) S = {cara}
B) S = {cara, coroa}
C) S = {(cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara), (coroa, coroa)}
D) S = {(cara, cara), (coroa, coroa), (cara, coroa)}
E) S = {coroa}

ATIVIDADE 7

Em uma empresa, os funcionários trabalham de segunda a sexta-feira, totalizando 5 dias úteis. Em uma semana específica, um funcionário esteve ausente em 2 dias. Qual é a probabilidade de que, ao escolher aleatoriamente, um dia útil dessa semana, esse funcionário esteja presente?

A) 20%.
B) 40%.
C) 60%.
D) 80%.
E) 100%.

ATIVIDADE 8

(ENEM - 2015) Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso. Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

A) $\frac{1}{100}$

B) $\frac{19}{100}$

C) $\frac{20}{100}$

D) $\frac{21}{100}$

E) $\frac{80}{100}$

ATIVIDADE 9

Numa promoção da lanchonete "Tô com fome", é possível que o cliente, com apenas R$ 6,00, escolha um combo com uma opção de lanche, uma opção de suco e uma opção de doce. O cardápio dessa promoção é composto por:

- Lanches: hambúrguer, crepe, misto quente, pizza e coxinha.
- Sucos: laranja, morango e abacaxi.
- Doces: brigadeiro e cajuzinho.

Decidindo escolher um combo aleatoriamente, qual será a quantidade de possibilidades referentes ao espaço amostral?

ATIVIDADE 10

Uma equipe de futebol amador tem 11 jogadores titulares e 5 reservas. Para um amistoso, o treinador decide escolher 3 jogadores titulares para as possíveis cobranças de faltas durante a partida. A ordem da escolha dos jogadores será importante, pois determinará quem cobrará a 1ª, a 2ª e a 3ª faltas, conforme orientações do técnico. Dessa forma, qual é a probabilidade de que os jogadores escolhidos sejam exatamente os jogadores X, Y e Z? *(Utilizamos essas letras para simbolizar os nomes dos três jogadores)*

Referências

MATERIAL ESTRUTURADO

BONJORNO, J. R.; GIOVANNI JUNIOR, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática**: estatística, combinatória e probabilidade. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

HAZZAN, S. **Fundamentos da Matemática Elementar**: Combinatória e Probabilidade. 8. ed., São Paulo: Atual, 2013.

MORGADO, A. C. O. et all. **Análise combinatória e Probabilidade**. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM. 2006.

SCHEINERMAN, E. **Matemática discreta**: Uma introdução. 3. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016.

Referências

ATIVIDADES

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de**. Prisma matemática:** estatística, combinatória e probabilidade. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

DANTE; Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em Contextos:** Análise combinatória, probabilidade e computação. 1 ed. São Paulo: Ática, 2020.

IEZZI, Gelson; HAZZAN, Samuel; DEGENSZAJN, David Mauro. **Fundamentos de matemática elementar, 5:** combinatória, probabilidade. 8. ed. São Paulo: Atual, 2013.

INEP – INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ministério da Educação. **Enem 2015 - Exame Nacional do Ensino Médio 2015:** 2º dia. Brasília: INEP, 2015. Disponível em: https://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2015/2015_PV_impresso_D2_CD7.pdf. Acesso em: 03 jan. 2025.

Instituto Jones dos Santos Neves. **IJSN Especial Censo Demográfico 2022:** Primeiros Resultados - População Quilombola no Brasil e no Espírito Santo. Vitória, 2024. Disponível em: https://ijsn.es.gov.br/Media/IJSN/PublicacoesAnexos/S%C3%ADnteses/IJSN_Censo_2022-Quilombola.pdf. Acesso em: 28 dez. 2024.

Medals of the Paris 2024 Paralympic Games. **Olympic Games,** 2024. Disponível em: https://olympics.com/en/paris-2024/paralympic-games/medals. Acesso em: 28 dez. 2024.